

# FJÁRMÁLATÍÐINDI

TÍMARIT UM EFNAHAGSMÁL  
GEFIÐ ÚT AF SEÐLABANKA ÍSLANDS  
RITSTJÓRI: DAVÍÐ ODDSSON  
UMSJÓN ÚTGÁFU: KIRSTÍN Þ. FLYGENRING

RITNEFND:  
ÞÓRARINN G. PÉTURSSON (FORMAÐUR)  
RAGNAR ÁRNASON  
SIGURÐUR SNÆVARR  
TRYGGVI ÞÓR HERBERTSSON

52. ÁRGANGUR, 2005, SÍÐARA HEFTI

Veffang: <http://www.sedlabanki.is>

## Efnisyfirlit

### Greinar

Kaupendamáttur á sementsmarkaði .....	3
<i>Friðrik Már Baldursson og Sigurður Jóhannesson</i>	
Sjávarútvegur sem grunnatvinnuvegur á Íslandi .....	14
<i>Ragnar Árnason og Sveinn Agnarsson</i>	
Notkun þvingaðra splæsifalla til að smíða íslenska vaxtarófið .....	36
<i>Sverrir Ólafsson og Arnar Jónsson</i>	

### Hagnýta hornið

Getur fjármagnsstefnan haldið velli? .....	60
<i>Edmund S. Phelps</i>	

### Bókardómur

Háskaleg hagkerfi .....	64
<i>Gylfi Magnússon</i>	

English summaries .....	68
-------------------------	----

*Umbrot: Seðlabanki Íslands*  
*Prentun: Gutenberg ehf.*

# Kaupendamáttur á sementsmarkaði

Friðrik Már Baldursson

Sigurður Jóhannesson

Viðskipta- og hagfræðideild Háskóla Íslands

*Ágrip:* Fyrir nokkrum misserum úrskurðaði samkeppnisráð að Sementsverksmiðjan á Akranesi, sem þá var með 75% markaðshlutdeild, væri ekki markaðsráðandi. Úrskurðurinn byggðist á því að steypuframleiðendur hefðu umtalsverðan kaupendamátt. Í þessari grein er spurt hvort hægt sé að styðja þennan úrskurð hagfræðilegum rökum. Í því skyni er sett fram tvíhliða fákeppnislíkan af aðfangamarkaði þar sem nýr seljandi aðfanga kemur inn á markað og keppir við fyrri einokunaraðila. Sýnt er að ef einhverjir kaupendur hafa flutt aðfangakaup sín til nýs seljanda getur verið skynsamlegt fyrir þá kaupendur sem enn skipta við fyrri markaðsráðandi aðila að halda því áfram, jafnvel þótt nýi aðilinn sé með lægri rekstrarkostnað og bjóði lægra verð. Ástæðan er sú að ef allir kaupendur færa viðskipti sín til nýja aðilans og hann kemst í einokunaraðstöðu kunna þeir að verða verr settir en áður. Þetta skýtur stoðum undir úrskurð samkeppnisráðs.

*Lykilorð:* Tvíhliða fákeppni, kaupendamáttur, sementsiðnaður.

*JEL:* L13, D43.

## 1. Inngangur

Árin 2001 og 2002 bárust samkeppnisyfirlöndum nokkrar kærur fyrir brot gegn góðum viðskiptaháttum á markaði með sement hér á landi. Sementsverksmiðjan kærði innflytjandann Aalborg Portland fyrir undirboð og Aalborg kærði Sementsverksmiðjuna fyrir misnotkun á ráðandi stöðu á markaði. Í úrskurði samkeppnisráðs vegna kæru Aalborg Portland haustið 2002 (Samkeppnisráð, 2002) vakti það sérstaka athygli, að ekki var litið svo á að Sementsverksmiðjan væri markaðsráðandi á íslenskum sementsmarkaði, þrátt fyrir að fram kæmi að hún hefði um það leyti um 75% hlutdeild af markaðinum. Áfrýjunarnefnd samkeppnismála tók undir þetta álit í úrskurði sínum í upphafi árs 2003. Í niðurstöðum nefndarinnar sagði meðal annars:

„Markaðshlutdeild SV er með þeim hætti að jafngilda myndi markaðsráðandi stöðu við flestar aðstæður eftir hefðbundnum viðmiðunum. Hins vegar fer ekki á milli mála að aðstaðan á sementsmarkaði hér

á landi, er sérstök eins og nú er háttað, ekki síst með hliðsjón af því að kaupendur eru örfáir að því er varðar stærsta hluta vörunnar. Hefur þetta óhjákvæmilega mikil áhrif á mat þess, hvort um markaðsráðandi stöðu sé að ræða eða ekki.“ (Áfrýjunarnefnd, 2003)

Um það leyti sem úrskurðurinn féll keyptu þrjú fyrirtæki stærstan hluta af lausu sementi sem selt var hér á landi. Miðað við þá stöðu sem uppi var hefði aðeins einn kaupandi þurft að flytja viðskipti sín frá Sementsverksmiðjunni til Aalborg Portland, til þess að hlutdeild seljenda yrði svipuð. Á hinn bóginn hefði Aalborg misst mestalla markaðshlutdeild sína ef einn stór kaupandi hefði snúið sér til Sementsverksmiðjunnar. Þessi sterka staða sementskaupenda varð til þess að samkeppnisráð taldi Sementsverksmiðjuna ekki ráðandi á markaðinum.

Haustið 2003 seldi ríkið Sementsverksmiðjuna hópi fyrirtækja. Meðal kaupendanna var stærsta

steypustöðin (BM Vallá). Aalborg Portland hafði áður lýst áhuga á að kaupa verksmiðjuna. Væntanlega hefði starfsemi hennar þá verið hætt, að minnsta kosti að miklu leyti, en forstjóri Aalborg í Danmörku hefur sagt að Sementsverksmiðjan og Aalborg rúmist ekki bæði á íslenskum sementsmarkaði.

Í þessari grein er athyglinni beint að kaupendahlíð sementsmarkaðar. Sem fyrr segir taldi samkeppnisráð sterka stöðu kaupenda gera það að verkum að Sementsverksmiðjan væri ekki markaðsráðandi. Spurt er hvort styðja megi þá ályktun hagrænum rökum. Sér í lagi viljum við öðlast skilning á því að stórar steypustöðvar skyldu halda áfram að kaupa sement af verksmiðjunni í stað þess að flytja innkaupin til Aalborg Portland, sem átti frumkvæði að því að lækka verð á markaðinum. Þýðir það að búist sé við að verðið hækki aftur ef verksmiðjunni verður lokað?

Sett er fram einfalt líkan af markaðinum, sem styðst við kenningar um tvíhliða fákeppni og þá einkum tvíhliða samningslíkan Horn og Wolinsky (1988a). Horn og Wolinsky notuðu líkan sitt til þess að skoða ástæður fyrir sameiningu fyrirtækja bæði kaupenda- og seljendamegin, en meginviðfangsefnið hér er að kanna hvort skynsamlegt er fyrir kaupendur á slíkum markaði að halda sig við fyrri seljanda, þó að nýr framleiðandi bjóði lægra verð. Hugmyndir skyldar þeim sem liggja að baki greiningunni hér eru algengar í óformlegri greiningu (þ.e. byggt er á innsæi fremur en formlegri greiningu) um leikbrögð fyrirtækja (sjá t.d. Brandenburger og Nalebuff, 1996). Höfundum er hins vegar ekki kunnugt um að formleg greining með sambærilegu móti liggi fyrir annars staðar.

Fyrst er hér stutt umfjöllun um sementsmarkaðinn á Íslandi. Síðan er farið yfir kenningar um kaupendamátt og tvíhliða fákeppni. Líkan af sementsmarkaðinum er sett fram og það skoðað. Að lokum eru ályktunarorð.

## 2. Íslenskur sementsmarkaður

Fram yfir miðja 20. öld var megnið af því sementi sem notað var hér á landi frá Aalborg Portland í Danmörku. Að mestu var hætt að flytja inn sement þegar Sementsverksmiðju ríkisins var komið á fót árið 1958. Eftir það var yfirleitt aðeins flutt

inn sement, sem verksmiðjan bjó ekki til eða réð ekki við að framleiða. Á árunum 1990-1999 var Sementsverksmiðjan í einokunaraðstöðu á sementsmarkaðinum á Íslandi (Samkeppnisráð, 2002).

Sementsverksmiðjan á Akranesi er mjög lítil á alþjóðlegan mælikvarða. Á árunum 1980-2000 var framleiðslan að meðaltali rúmlega 110 þúsund tonn á ári. Aalborg Portland, sem er frekar lítil verksmiðja miðað við það sem gengur og gerist í heiminum, getur framleitt allt að 2,8 milljónir tonna af sementi á ári. Þetta skiptir miklu máli, þar sem stærðarhagkvæmni er mikil í sementsframleiðslu. Mun dýrara er að búa til sement í verksmiðjunni á Akranesi en víðast hvar annars staðar. Það endurspeglast í verðinu, en um mitt ár 2001 kostaði sementstonnið á Íslandi meira en 100 evrur við verksmiðjuvegg (sjá mynd 1), en í flestum Vestur-Evrópulöndum kostaði tonnið á þeim tíma 55-75 evrur (*International Cement Review*, júní 2001).

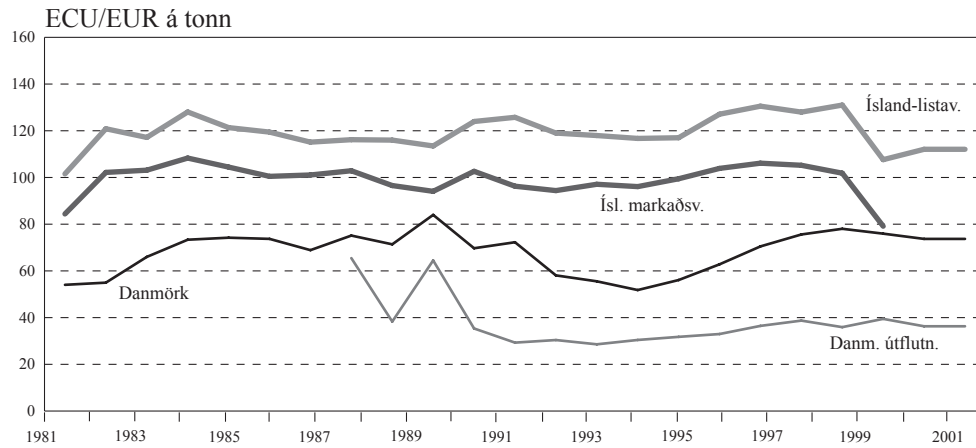
Innflutningur á sementi frá öðrum Evrópulöndum til Íslands hefur verið frjálst frá 1975. Flutningskostnaður var lengi talinn vernda Sementsverksmiðjuna fyrir erlendri samkeppni. Hægt er að flytja inn baggað sement á brettum, en ódýrara er að flytja það í lausu. Ódýrast er að flytja inn sement í lausu, en til þess þarf síló hér á landi, sem kosta mikið fé, og flytja þarf sementið í sérstökum skipum. Fjárfestingarfélagið Skandia taldi árið 1996 að um 50% markaðshlutdeild hér á landi þyrfti til þess að innflutningur borgaði sig (Skandia, 1996).

Afkoma Sementsverksmiðjunnar hefur verið slök undanfarna tvo áratugi, en nokkur bati varð í rekstrinum í uppsveiflunni upp úr miðjum 10. áratugnum, einkum eftir 1997. Þá jókst sementssala mikið og það hefur væntanlega ýtt undir hugmyndir um innflutning. (Framkvæmdanefnd um einkavæðingu, 1999)

Haustið 2000 varð breyting á íslenskum sementsmarkaði þegar Aalborg Portland Íslandi tók til starfa hér á landi (Samkeppnisráð, 2002). Þá var lokið í Helguvík smíði sílós, sem tekur um 5.000 tonn af sementi. Um mitt ár 2002 tók fyrirtækið í notkun annað 5.000 tonna sementssíló í Helguvík. Innflutningurinn jókst hratt. Samkvæmt innflutningstölum Hagstofunnar voru flutt

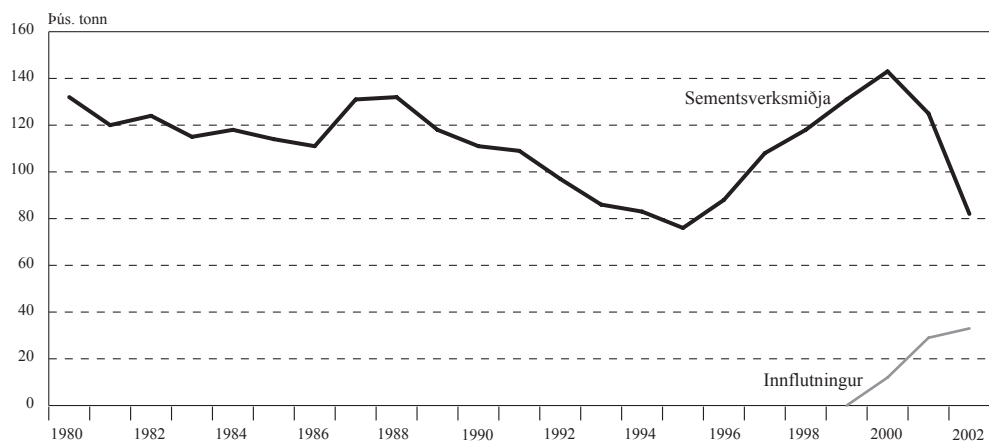
Mynd 1

## Verð á gráu sementi á Íslandi og í Danmörku



Heimildir: Íslandi: Sementsverksmiðjan, beinar upplýsingar (listaverð) og ársreikningar (markaðsverð). Danmörku: La Cour og Møllgaard (2002).

Mynd 2

Sementsnotkun á Íslandi, þúsundir tonna á ári.  
Sérstakur innflutningur, til dæmis á lituðu sementi, er ekki sýndur.

um 35 þúsund tonn af sementi til landsins árið 2002 (sjá mynd 2).

Íslenskur sementsmarkaður einkennist ekki einungis af fákeppni seljenda, heldur eru kaupendur einnig fáir. Til skamms tíma keyptu þrjú fyrirtæki megnið af lausu sementi sem selt var hér á landi (Samkeppnisráð, 2002). Fæð kaupenda gerir það að verkum að kaupendur taka sínar ákvarðanir með hliðsjón af því hvaða áhrif þær hafa á allan markaðinn og stökkva ekki endilega á lægstu verðtilboð á hverjum tíma. Ekki er hlaupið að því fyrir nýjan seljanda að ná markaðinum til sín með undirboðum ef talið er að hann hækki verðið síðar. Það er hagsmunamál kaupenda, að samkeppni haldist í sölnni.

Haustið 2003 seldi ríkið Sementsverksmiðjuna fyrirtæki í eigu nokkurra fjárfesta, þar á meðal BM Vallár, Norcem á Íslandi og Björgunar. Söluverð var tæpar 70 milljónir. Í tengslum við sölnu yfirtók ríkissjóður ýmsar eignir verksmiðjunnar sem ekki tengdust rekstri hennar. Kaupverð þessara eigna var samtals 450 milljónir króna. Þá tók ríkissjóður á sig lífeyrisskuldbindingar Sementsverksmiðjunnar hf. Við þetta léttist skuldastaða Sementsverksmiðjunnar mikið (*Morgunblaðið*, 2003).

Haustið 2002 keyptu tvær stærstu steypustöðvarnar (BM Vallá og Steypustöðin) sement af Sementsverksmiðjunni. Nokkru síðar flutti önnur þessara steypustöðva (Steypustöðin) viðskipti sín yfir til Aalborg Portland. Mun markaðshlutdeild Sementsverksmiðjunnar og Aalborg Portland þá hafa verið nokkurn veginn jöfn (Samkeppnisráð, 2002). Á hinn bóginn hefur markaðshlutdeild steypustöðvanna breyst síðan og margvísleg uppkaupt orðið. Má segja að steypustöðvar hér á landi skiptist nú í tvo fyrirtækjahópa, þar sem annar skiptir við Sementsverksmiðjuna en hinn við innflytjandann. Þegar vinna fyrir virkjanir er undanskilin var talið á miðju ári 2005 að Sementsverksmiðjan væri með ríflega helming markaðarins, en Aalborg tæpan helming (Sementsverksmiðjan, 2005).

### 3. Kaupendamáttur og tvíhliða fákeppni

Sú hugmynd að það geti dregið úr möguleikum seljenda í einokunar- eða fákeppnisstöðu á að

beita markaðsmætti sínum að kaupendur séu fáir og hafi þar af leiðandi markaðsmátt sem vegur upp mátt seljenda á sér nokkuð langa sögu sem nær a.m.k. aftur til Galbraith (1952). Þessum rökum hefur verið beitt í samkeppnismálum og má víða sjá það í úrskurðum samkeppnisyfirlvalda að kaupendamáttur dragi t.d. úr óæskilegum áhrifum samruna tveggja stórra birgja á samkeppni. Þetta getur leitt til þess að samruni sem ella hefði ekki verið leyfður án skilyrða eða jafnvel bannaður sé látinn afskiptalaus.<sup>1</sup> Líkt og gildir um margt á sviði samkeppnismálanna er það hins vegar ekki fyrr en á síðustu 10-15 árum að hugmyndin um kaupendamátt fær hagfræðilegan grundvöll.

Segja má að tveir flokkar kenninga séu uppi um kaupendamátt og tvíhliða fákeppni.<sup>2</sup> Í greinum eftir Horn og Wolinsky (1988a, 1988b), Stole og Zwiebel (1996), Dobson og Waterson (1997), Chippy og Snyder (1999) og Chen (2003) eru sett fram kyrr (static) líkön þar sem einkasali semur við (fáa) kaupendur og allir aðilar hafa sömu upplýsingar. Í slíkum líkönum geta stærri kaupendur samið - við einkasala - um verð sem er lægra en einkasöluverð í jafnvægi.<sup>3</sup>

Snyder (1996, 1998) setur fram líkan sem er gerólikt líkönum af því tagi sem Horn og Wolinsky o.fl. þróðu. Líkan Snyder er kvíkt (e. *dynamic*) og svipar til hins kunna líkans þeirra Rotemberg og Saloner (1986) um verðstríð í uppsveiflu. Gert er ráð fyrir þegjandi samráði (e. *tacit collusion*) seljenda. Það eru stórir kaupendur sem skapa „uppsveifluna“ hjá Snyder; þegar stórar pantanir berast neyðast seljendur til að lækka verð frá fullkomnu einokunarverði til að viðhalda samráði.<sup>4</sup> Í slíku líkani verða að vera tveir eða fleiri seljendur til staðar til að kaupendamáttur hafi áhrif

1 Þar má t.d. nefna Enso-Stora-samrunann (Frankvæmdastjórn ESB, 1999).

2 Dobson og Waterson (1997) og Ellison og Snyder (2001) gefa sögulegt yfirlit yfir þróun kenninga um kaupendamátt.

3 Með einkasöluverði er hér átt við fræðilegt einokunarverð þar sem einkasalinn hámarkar hagnað sinn með því að jafna jaðartekjur og jaðarkostnað.

4 Þetta þýðir ekki endilega að verð lækki þegar stórar pantanir berast því að einokunarverð er þá hærra en þegar eftirspurn er minni.

á markaðsverð. Í einkasölu hefur kaupendamáttur engin áhrif í líkani Snyder.

Í rannsókn á bandaríska lyfjaiðnaðinum komst Ellison og Snyder (2001) að þeirri niðurstöðu að kenningar Snyder um óbeint samráð fárra seljenda eigi betur við í því tilviki en þau líkön sem byggjast á samningum milli kaupenda og seljenda. Einnig er vert að nefna rannsókn Engle-Warnick og Ruffle (2002) þar sem nánast þveröfug niðurstaða er studd í hagfræðilegum tilraunum. Þeir setja fram atferliskenningu sem þeir kalla kenninguna um varfærna einkasalann (e. *cautious monopolist theory*). Í tilraunum þeirra varð einkasalinn að setja fram verðskrá fyrir vöru sína og var ekki leyft að semja við kaupendur. Þetta gerir það að verkum að einkasalinn setur upp verð af nokkurri varkárni til að kaupendur dragi ekki of mikið úr eftirspurn. Ef taka má þessar niðurstöður trúanlegar leiðir samþjöppun á kaupendahlíð ein og sér - með einokun sölumegin, en án beinna samninga milli seljanda og kaupenda - til þess að verð verður lægra en einkasöluverð.

Í líkani Horn og Wolinsky (1988a) og Dobson og Waterson (1997) er stuðst við einfaldað samningalíkan og gert ráð fyrir svokölluðum Nash-samningum. Slíku líkani er beitt í þessari grein. Áður en líkanið er sett fram er fjallað stuttlega um Nash-samninga í næsta kafla.<sup>5</sup>

#### 4. Nash-samningalausnin

Nash (1953) sýndi fram á að ef tveir aðilar semja og tilteknum frumsendum (e. *axioms*) er fullnægt má finna niðurstöðu úr samningunum með því að hámarka (Nash-) margfeldið

$$N(x_1, x_2) = (x_1 - v_1)(x_2 - v_2)$$

yfir öll pör  $(x_1, x_2)$  í mengi mögulegra lausna. Notagildið  $x_i$  er hugsanleg samningsniðurstaða fyrir aðila  $i$ ,  $i = 1, 2$ , en  $v_i$  er það sem aðili  $i$  mun bera úr bítum ef ekki semst. Þessi tala er oftast kölluð *threat point* eða *disagreement point* á ensku og við nefnum hana „ágreiningspunkt“ í þessari grein.

<sup>5</sup> Aðgengilega umfjöllun um Nash-samningalausnina má finna í Myerson (1991).

Því hærri sem ágreiningspunktur aðila  $i$  er því sterkari er samningsstaða hans, að öðru óbreyttu. Frumsendur Nash innifela m.a. að lausnir verða að vera Pareto-hagkvæmar og að hvorugur aðili ber minna úr bítum í samningslausninni en sem svarar ágreiningspunkti hans.

Merk niðurstaða í leikjafræði (sjá Binmore, Rubinstein og Wolinsky, 1986) er að Nash-samningalausnin gefur góða nálgun á lausn úr kvikum samningum þar sem aðilar skiptast á um að koma með tilboð þar til að samningar nást.

#### 5. Líkan af tvíhliða fákeppni í sementsframleiðslu

Engin þeirra kenninga sem lýst er að framan nær fullkomlega að lýsa því flókna samspili fyrirtækja sem greint var frá í inngangi. Sem fyrsta skref í því að nálgast þetta viðfangsefni er hér sett fram líkan sem byggt er á líkani Horn og Wolinsky (1988a).

##### *Kaupendur*

Við gerum ráð fyrir að kaupendur sements séu tvö fyrirtæki, köllum þau  $A$  og  $B$ . Þessi fyrirtæki framleiða einsleita vöru (steypu) til sölu á staðbundnum markaði og eru einu kaupendur vörunnar. Fyrirtækin taka ákvarðanir í tveimur þrepum. Í fyrra þrepinu semja steypustöðvarnar um verð við seljendur á aðföngum (sementi). Í síðara þrepi ákveða þær hve mikið magn af steypu er framleitt. Því er gert ráð fyrir Cournot-samkeppni steypuframleiðenda. Gert er ráð fyrir að steypa sé einsleit vara og að heildareftirspurn eftir steypu megi lýsa með andhverfa eftirspurnarfallinu

$$(1) \quad p = a - X^D$$

þar sem  $X^D$  er heildareftirspurn og  $p$  er verð. Framboð á steypu er

$$(2) \quad X^S = x_A + x_B$$

þar sem  $x_\alpha$  er framleiðsla fyrirtækis  $\alpha \in \{A, B\}$ . Í jafnvægi á steypumarkaðinum eru framboð og eftirspurn jöfn og því gildir

$$(3) \quad p = a - [x_A + x_B].$$

Til einföldunar er gert ráð fyrir að sement séu einu aðföngin í steypuframleiðslu og einingar eru valdar þannig að ein eining sements sé jöfn einni einingu steypu. Gert er ráð fyrir að sement sé einsleit vara. Til staðar eru tveir hugsanlegir seljendur á sementi, seljandi 1 og seljandi 2. Fyrri sementssalinn setur upp verðið  $c_1$  á hverja einingu sements og sá síðari býður verðið  $c_2$ . Staða þessara seljenda er ólík: seljandi 1 hefur starfað lengi á markaðinum og er í einokunaraðstöðu í upphafi, en seljandi 2 er nýr á markaðinum og selur ekkert í byrjun.<sup>6</sup> Við gerum ráð fyrir að kaupendur/framleiðendur verði að velja milli seljenda, þ.e. verði að kaupa öll sín aðföng frá öðrum aðilanum og ekkert frá hinum.<sup>7</sup>

Gerum ráð fyrir að steypustöð  $\alpha \in \{A, B\}$  velji að kaupa aðföng frá sementssala  $j \in \{1, 2\}$ . Hagnaður steypustöðvarinnar er þá

$$(4) \quad \Pi_{\alpha}^p = [p - c_j^{\alpha}] x_{\alpha} = (a - c_j^{\alpha} - [x_A + x_B]) x_{\alpha}.$$

Þegar framleiðsla steypustöðvar  $\beta$  er tekin sem gefin (sbr. forsendu um Cournot-samkeppni á steypumarkaðinum), þar sem  $\beta = B$  ef  $\alpha = A$  og öfugt, þá er hagnaður  $\alpha$  hámarkaður með því að velja  $x_{\alpha} = \frac{1}{2} \left[ \frac{a - c_j^{\alpha}}{b} - x_{\beta} \right]$ . Cournot-lausrnin fæst með því að leysa fyrir  $x_A$  og  $x_B$ ,

$$(5) \quad \begin{aligned} x_A &= x_A(c_i^A, c_j^B) = \frac{1}{3} [a - 2c_i^A + c_j^B], \\ x_B &= x_B(c_j^B, c_i^A) = \frac{1}{3} [a - 2c_j^B + c_i^A]. \end{aligned}$$

Samsvarandi hagnaður steypustöðvanna  $A$  og  $B$  er

$$(6) \quad \begin{aligned} \pi_A &= \pi_A(c_i^A, c_j^B) = \frac{1}{9} [a - 2c_i^A + c_j^B]^2, \\ \pi_B &= \pi_B(c_j^B, c_i^A) = \frac{1}{9} [a - 2c_j^B + c_i^A]^2. \end{aligned}$$

6 Á ensku eru notuð hugtökin *incumbent* fyrir þann sem er fyrir á markaðinum og *entrant* fyrir þann sem kemur inn á markaðinn. Höfundum er ekki kunnugt um viðteknar þýðingar á þessum hugtökum.

7 Þetta er það sem gerðist í því máli sem er hér til skoðunar en í ákvörðun samkeppnisráðs var þetta óbeint tekið sem gefið og rætt um að steypuframleiðendur „færi viðskipti sín frá Sementsverksmiðjunni til Aalborg Portland Íslandi“ (samkeppnisráð, 2002).

### Sementssalar

Aðilinn sem fyrir er á markaðinum, sementssali 1, býður sement til sölu á verði  $c_1$  og nýi aðilinn, sementssali 2, býður sement til sölu á verði  $c_2$ . Við gerum ráð fyrir að kostnaður sementssala  $j$  við að bjóða fram magnið  $y_j$  sé

$$(7) \quad C_j(y_j) = f_j + v_j y_j$$

þar sem  $f_j$  er fastur kostnaður og  $v_j$  er breytilegur kostnaður á selda einingu.

### Einokun í sementssölu

Gerum fyrst ráð fyrir að sementssali 2 sé ekki kominn inn á markaðinn og að sementssali 1 sé því í einokunaraðstöðu á sementsmarkaði. Hagnaður hins síðarnefnda er því

$$(8) \quad \begin{aligned} \Pi_1^s &= (c_1^A - v_1) x(c_1^A, c_1^B) \\ &\quad + (c_1^B - v_1) x(c_1^B, c_1^A) - f_1 \end{aligned}$$

þar sem  $c_1^{\alpha}$  er verð til steypustöðvar  $\alpha \in \{A, B\}$  (ath. að einingar eru valdar þannig að eina einingu sements þarf á móti einni einingu af steypu). Líkt og í Horn og Wolinsky (1988a) gerum við nú ráð fyrir að verð aðfanganna sé ákveðið í tvíhliða samningum sementssala 1 við hvora steypustöð fyrir sig. Niðurstaðan fæst því með samhverfri Nash-samningalausn, þar sem reiknað er með að einokunaraðilinn semji við hvora steypustöð fyrir sig, en samningarnir eru gerðir á sama tíma og með samhverfum hætti.

Skoðum fyrst samninga milli sementssala 1 og steypustöðvar  $A$ . Síðarnefndi aðilinn hefur enga aðra möguleika á að útvega sér aðföng og því er ágreiningspunktur hans núll. Ef ekki nást samningur milli sementssala 1 og steypustöðvar  $A$  má hugsa sér að fyrrnefndi aðilinn geti valið að selja aðeins til steypustöðvar  $B$ . Ágreiningspunktur hans væri þá hagnaðurinn ef hann myndi ákveða að gera það. Í því tilviki virðist rökrétt að reikna með að steypustöð  $B$  gerist einkasali á steypu. Hér fylgjum við hins vegar fordæmi Horn og Wolinsky (1988a) og gerum ráð fyrir að steypustöð  $B$  muni einnig í þessu tilviki starfa að því marki sem gert var ráð fyrir í samningunum og kaupa aðföngin á því verði sem reiknað var með.



Hagnaður sementssala 1 undir þessum kringumstæðum er  $(c_1^{B*} - v_1)x_B(c_1^{B*}, c_1^{A*}) - f_1$ , þar sem  $c_1^{A*}$  táknar jafnvægisverð aðfanga til steypustöðvar  $\alpha$ .<sup>8</sup> Við lítum fyrst til steypustöðvar  $A$  og hámarkum Nash-margfeldið

$$(9) \quad N_1^A = \pi_A(c_1^A, c_1^B) \left[ \Pi_1^S - (c_1^{B*} - v_1)x_B(c_1^{B*}, c_1^{A*}) + f_1 \right],$$

með tilliti til  $c_1^A$  þar sem  $\Pi_1^S$  er tekið úr jöfnu (8). Fyrstu gráðu skilyrðið fyrir hámarkun á  $N_1^A$  er

$$(10) \quad \frac{\partial \pi_A(c_1^A, c_1^B)}{\partial c_1^A} x_A(c_1^A, c_1^B)(c_1^A - v_1) + \pi_A(c_1^A, c_1^B) \left[ x_A(c_1^A, c_1^B) + \frac{\partial x_A(c_1^A, c_1^B)}{\partial c_1^A} (c_1^A - v_1) + \frac{\partial x_B(c_1^B, c_1^A)}{\partial c_1^A} (c_1^B - v_1) \right] = 0.$$

Samsvarandi lausn fæst varðandi sölu til  $B$ . Hægt er að einfalda þessi fyrstu gráðu skilyrði með því að nota jöfnur (5) og (6). Einnig er ljóst að vegna þess að lausnin hlýtur að vera samhverf í  $A$  og  $B$ , verður að gilda  $c_1^{A*} = c_1^{B*}$  í jafnvægi. Þegar við setjum þetta skilyrði inn í jöfnu (10) fáum við eftirfarandi verð og magn í jafnvægi:

$$(11)^9 \quad c_1^m = c_1^{A*} = c_1^{B*} = \frac{5v_1 + a}{6} \\ x_A^* = x_B^* = \frac{5}{18}[a - v_1]$$

Rétt er að benda á að ef nýliðinn (seljandi 2) kemst í einokunarástöðu, fæst sama niðurstaða, en með vísinum 2 í stað 1.

#### Nýr sementssali - tvíkeppni

Horn og Wolinsky (1988a) nota svipað líkan og það sem að framan greinir til að kanna hvata til lárétts samruna, bæði á kaupenda- og seljendahlíð. Það sem við höfum áhuga á að varpa ljósi á í þessari grein er hins vegar eftirfarandi röð atburða:

0. Sementssali 1 er í ráðandi stöðu á markaðinum í upphafi og selur aðföng til steypustöðva á verði  $c_1^m$ .

1. Nýliðinn, sementssali 2, kemur inn á markaðinn. Hann fer fyrst til steypustöðvar  $B$  og býður „lágt verð“  $c_2^e < c_1^m$ . Við gerum ráð fyrir því hér að þetta verð sé nægjanlega lágt til að  $B$  færi viðskipti sín til nýliðans.<sup>10</sup> Það kann að vera að gerður sé samningur sem tryggir  $B$  hið lága verð til einhvers tíma, en við höfum ekki upplýsingar um slíkan samning.

2. Steypustöð  $A$  fær nú sama tilboð og  $B$  og kannar þann möguleika að færa viðskipti sín líka til nýliðans. Það sem gerðist í því máli sem hér er til skoðunar er að  $A$  fór með tilboðið til sementssala 1 og bað um að tilboðið yrði jafnað. Við vitum að  $A$  fékk verulega verðlækkun og einnig aðrar ívilnanir eins og ábyrgð á lánum. Við höfum ekki upplýsingar um hvort það tilboð sem  $A$  fékk jafnaðist fyllilega á við það sem  $B$  bauðst.

3. Steypustöð  $A$  færir ekki viðskipti sín og heldur áfram að kaupa sement frá sementssala 1.

Í þessari grein munum við ekki reyna að líkja nákvæmlega eftir þessari atburðarás, heldur munum einbeita okkur að því sem gerist í þrepi 2 hér að framan þar sem önnur steypustöðin ( $B$ ) hefur þegar fært kaup á aðföngum yfir til nýliðans (sementssala 2). Í því skyni notum við hið kyrra Horn-Wolinsky-líkan og skoðum þá hvata sem framleiðandi  $A$  hefur til að fylgja fordæmi  $B$  og færa viðskipti sín frá ráðandi aðila (sementssala 1) til nýliðans. Til einföldunar gerum við ráð fyrir að samskipti aðila séu tvíhliða, þ.e. annars vegar

8 Hér er óbeint gert ráð fyrir hagnaði. Ef sala til  $B$  skilaði ekki hagnaði væri ágreiningspunktur sementssala 1 jafn 0.

9 Þessi lausn er ekki sú sama og í grein Horn og Wolinsky, en við getum ekki komist að annarri niðurstöðu.

10 Þetta er það sem gerðist í raun þegar einn af stærstu viðskiptavinum Sementsverksmiðjunnar færði viðskipti sín til Aalborg Portland. Ýmsar ástæður geta verið fyrir því að aðeins einn framleiðandi fær tilboð í upphafi, en aðrir síðar. Til dæmis getur framleiðslugeta nýliðans verið takmörkuð þannig að hann getur aðeins þjónað einu af stærstu fyrirtækjunum. Til að geta boðið fleirum að koma í viðskipti þarf þá að fjárfesta í aukinni framleiðslugetu, sem tekur tíma.

semja sementssali 1 og framleiðandi  $A$  um verð og hins vegar semja sementssali 2 og framleiðandi  $B$  sín á milli.

Við gerum enn ráð fyrir að líkja megi eftir niðurstöðu úr samningum aðila með Nash-samningum. Jafnframt gerum við ráð fyrir að fyrirtækjapörin tvö hafi hvort um sig engan annan valkost en að semja innbyrðis eða hætta starfsemi ella. Þetta þýðir að ágreiningspunktur allra aðila er jafn 0. Nú hefur framleiðandi  $A$  í raun þann valkost að skipta yfir til nýliðans þ.e. forsendan um ágreiningspunktinn 0 gerir ráð fyrir of veikri samningsstöðu  $A$  gagnvart seljanda 1. Ef þessi möguleiki væri tekinn með í reikninginn styrktist staða  $A$  og verð á aðföngum  $A$  myndi lækka. Fyrirgreind forsenda gefur hins vegar kost á að finna jafnvægislausn á einfaldan hátt og gefur vísbendingu um þá hvata sem  $A$  stendur frammi fyrir.

Til að finna samningsverð í viðskiptum sementssala 1 og steypustöðvar  $A$  undir þessum forsendum hámarkum við margfeldið  $\pi_A(c_1^A, c_2^B)[(c_1^A - v_1) \tau_A(c_1^A, c_2^B)]$  með tilliti til  $c_1^A$ . Til að finna jafnvægislausnina hámarkum við einnig sambærilegt margfeldi fyrir viðskipti sementssala 2 og steypustöðvar  $B$ . Fyrstu gráðu skilyrðin fyrir hámarki eru eftirfarandi:

$$(12) \quad \begin{aligned} x_A^2 - 2(c_1^A - v_1)x_A + \frac{4}{3}f_1 &= 0 \\ x_B^2 - 2(c_2^B - v_2)x_B + \frac{4}{3}f_2 &= 0 \end{aligned}$$

þar sem  $x_A$  og  $x_B$  ákvarðast af  $c_1^A$  og  $c_2^B$  samkvæmt jöfnu (5). Leysa má jafnvægisgildin á  $c_1^A$  og  $c_2^B$  út frá þessum tveimur jöfnum.

Ef  $f_1 > 0$  sést auðveldlega að  $c_1^A$  og  $c_2^B$  ákvarðast samtímis sem lausnir á tveimur kvaðratískum jöfnum. Formið á þessum jöfnum býður hins vegar ekki upp á lokaða lausn svo að til einföldunar gerum við ráð fyrir því hér að allur kostnaður sé breytilegur, þ.e. að  $f_1 = 0$ . Hægt er að greina almenna tilvikið með tölulegum aðferðum og verður sýnt dæmi um það hér á eftir.

Gerum nú ráð fyrir að  $f_1 = 0$ . Þá má umskrifa fyrstu gráðu skilyrðin fyrir Nash-samningalausninni á eftirfarandi veg:

$$(13) \quad \begin{aligned} -8c_1^A + c_2^B + 6v_1 + a &= 0 \\ -8c_2^B + c_1^A + 6v_2 + a &= 0. \end{aligned}$$

Nú er hægt að leysa út jafnvægisverð fyrir sement í þessum tvíhliða samningum:

$$(14) \quad \begin{aligned} c_1^{b,A} &= \frac{1}{21}(2v_2 + 16v_1 + 3a) \\ c_2^{b,B} &= \frac{1}{21}(2v_1 + 16v_2 + 3a) \end{aligned}$$

Gerum nú ráð fyrir að  $a > v_1 \geq v_2$  (þetta er náttúrulegt skilyrði á þessa stika þegar enginn fastur kostnaður er til staðar). Þess ber að minnast að ef steypustöð  $A$  færir viðskipti sín til sementssala 2 kemst sá síðarnefndi í einokunaraðstöðu á sementsmarkaðinum. Ef það gerist setur sementssali 2 upp verð skv. jöfnu (11), en með  $v_2$  í stað  $v_1$ ; verð hans verður því  $c_2^m = \frac{1}{6}(5v_2 + a)$ . Það getur því verið tvenns konar „markaðsástand“: annars vegar tvikeppni þar sem sementsverð er  $c_1^{b,A}$  hjá steypustöð  $A$  og  $c_1^{b,A}$  hjá  $B$ , og hins vegar einokun þar sem báðar stöðvarnar greiða sementssala 2  $c_2^m$  fyrir hverja einingu aðfanga. Framleiðsla  $A$  í hvoru tilviki fyrir sig er eftirfarandi:

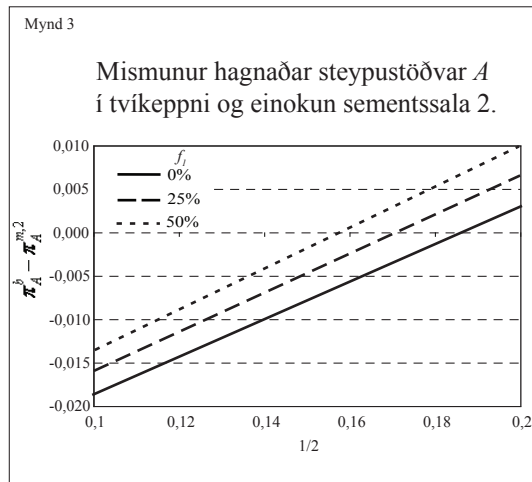
$$(15) \quad \begin{aligned} x_A^b &= \frac{1}{63}(18a - 30v_1 + 12v_2), \\ x_A^{m,2} &= \frac{5}{18}(a - v_2) \end{aligned}$$

Skv. jöfnu (5) er hagnaður  $A$  og  $B$  jafn framleiðslu í öðru veldi svo að við getum borið saman  $x_A^b$  og  $x_A^{m,2}$  og dregið þá ályktun að

$$(16) \quad \pi_A^b > \pi_A^{m,2} \Leftrightarrow v_1 - \frac{50}{60}v_2 < \frac{1}{60}a.$$

Niðurstaða þessarar greiningar er því í grófum dráttum sú að svo lengi sem mismunur á kostnaði sementssalanna tveggja er ekki of mikill er steypustöð  $A$  betur sett með því að halda áfram að kaupa vörur frá þeim sementssala sem var fyrir á markaðinum, þ.e. sementssala 1. Valkosturinn er að færa viðskiptin til nýja aðilans, sementssala 2, og skapa honum einokunaraðstöðu; það getur leitt til lægra sementsverðs og meiri hagnaðar hjá  $A$ , en aðeins ef nýliðinn (sementssali 2) er umtalsvert hagkvæmari en sá gamli (sementssali 1).

Eins og áður var getið verður að beita tölulegum aðferðum ef gert er ráð fyrir föstum kostnaði í sementsframleiðslu. Mynd 3 gefur dæmi um slíka reikninga og sýnir áhrif þess á hvata steypustöðvar  $A$  til að skipta um birgi að hluti kostnaðar



sementssala 1 sé fastur.<sup>11</sup> Þegar mismunur hagnaðar steypustöðvar  $A$  í tvíkeppni annars vegar og einokun sementssala 2 hins vegar er jákvæður (þ.e.  $\pi_A^b - \pi_A^{m,2} > 0$ ) borgar sig fyrir  $A$  að halda tvíkeppni við fremur en að skipta yfir í einokun sementssala 2. Til einföldunar er gert ráð fyrir að allur kostnaður sementssala 2 sé breytilegur og að  $a = 1$ . Byrjað var á að reikna jafnvægislausn fyrir gildin  $v_1 = 0,2$  og  $v_2$  á bilinu frá 0,1 upp í 0,2 en með  $f_1 = f_2 = 0$  svo að línulega lausnin í tvíkeppni sem lýst er hér að framan gildir; ferillinn sem svarar til þessarar lausnar er merktur með „0%“ og dreginn með heilli línu á myndinni. Í þessu tilviki er hagkvæmt fyrir  $A$  að færa sig til sementssala 1 þegar  $v_2 > 0,186$  eða þegar munar innan við 7% á  $v_1$  og  $v_2$ . Fyrir „hlutlaus“ gildið var síðan reiknaður út fastur kostnaður sem nam tilteknu hlutfalli (25% og 50%) af heildarkostnaði sementssala 1 í 0%-dæminu; jafnarkostnaðurinn  $v_1$  er lækkaður til samræmis þannig að heildarkostnaður í þessu tilviki haldist fastur. Þetta þýðir að þegar hlutfallið 25% er valið verður  $f_1 = 0,014$  og  $v_1 = 0,15$ ; þegar hlutfallið 50% er valið verður  $f_1 = 0,028$  og  $v_1 = 0,1$ . Þessi gildi á stikum eru svo sett inn og reiknaðar út lausnir fyrir mismunandi gildi á  $v_2$  eins og áður. Samsvarandi ferlar eru dregnir á mynd 3. Eins og sést á myndinni hliðrast mismunaferrill hagnaðar  $A$  upp þegar þetta er gert og það verður líklegra

11 Excel var notað til reikninga.

að  $A$  haldi sig við sementssala 1 til að viðhalda tvíkeppni.

Vert er að benda á að þegar föstum kostnaði er bætt við hjá sementssala 1 án lækkunar á breytilegum kostnaði lækkar hagnaður  $A$  í tvíkeppni. Þetta sést á mynd 3 því að minni hagnaður er í tvíkeppni en í einokun sementssala 2 í 25%-dæminu þegar  $v_2 = v_1 = 0,15$  og samsvarandi niðurstaða fæst í 50%-dæminu. Lækkun jafnarkostnaðar nær hins vegar að vega þetta upp í dæmunum sem eru sýnd á mynd 3.

## 6. Umræða og lokaorð

Í þessari grein höfum við sýnt með formlegum hætti að það kann að vera rökrétt fyrir fyrirtæki sem sjálf starfar á fákeppnismarkaði að halda áfram að kaupa aðföng sín frá birgi sem var í einokunaraðstöðu fremur en að færa viðskipti sín til nýs aðila á markaðinum sem hugsanlega framleiðir vöruna með lægri kostnaði og er því í aðstöðu til að bjóða lægra verð en sá sem var fyrir. Nauðsynleg forsenda fyrir þessari niðurstöðu er augljóslega að ekki sé hægt að gera bindandi samninga um verð og magn til lengri tíma og því megi ganga að því sem vísu að nýi aðilinn hækki verð strax og fyrri ráðandi aðili er horfinn af markaðinum. Í því líkani sem við styðjumst við búa fyrirtæki yfir kaupendamætti þegar fákeppni ríkir á kaupendahlíðinni þrátt fyrir að einokun sé seljandamegin. Þannig geta tvö til þrjú fyrirtæki á kaupendahlíð þrýst verði einokunaraðila á sementsmarkaði niður fyrir venjulegt einokunarverð. Þessi markaðsmáttur kaupenda styrkist hins vegar ef tvö eða fleiri fyrirtæki selja sement, og myndast getur jafnvægi þar sem nýr aðili nær til að byrja með nokkrum viðskiptavinum til sín, en aðrir sjá hag sínum betur borgið með því að halda áfram að kaupa af fyrri einokunaraðila. Þeir síðarnefndu kunna að búa við herra aðfangaverð en þeir sem skipta við nýja aðilann en gera sér um leið grein fyrir því að ef þeir færa innkaup sín til nýja aðilans og skapa honum einokunaraðstöðu verða þeir verr settir en ella.

Við höfum gert nokkrar forsendur til einföldunar á greiningunni sem þýða að við nýtum ekki líkanið sem lagt var upp með að fullu. Ein af þessum forsendum er að útiloka þann valkost úr samningalausn fyrir  $A$  að skipta yfir til nýja aðilans

(seljanda 2) og skapa honum einokunaraðstöðu. Gera má ráð fyrir að ef þessi valkostur hefði verið tekinn með í reikninginn hefði samningsstaða A styrkst og verðmunur á nýja og gamla aðilanum hefði þar með minnkað; því verður líklegra að A haldi sig við sementssala 1.

Önnur einfaldandi forsenda var að líta fram hjá föstum kostnaði í sementsframleiðslu/-sölu. Þetta á sérstaklega við um þann aðila sem var fyrir á markaðinum (sementssali 1) sem gera má ráð fyrir að hafi hlutfallslega hærri fastan kostnað en sá nýi. Gera má ráð fyrir að ef þessi forsenda væri ekki sett myndi fasti kostnaðurinn verka sem ógnun um brotthvarf sementssala 1 af markaðinum. Samningsstaða hans myndi því batna ef þessi forsenda væri tekin með í reikninginn og að öðru óbreyttu myndi samningsverð hans því hækka; því verður líklegra að A skipti til sementssala 2.

Þessi tvenn áhrif virðast því við fyrstu sýn verka í gagnstæðar áttir og lokaniðurstaðan er sennilega háð forsendum um stika í kostnaðar- og eftirspurnarföllum. Hins vegar sást í tölulega dæminu sem reifað var að framan að ef gert er ráð fyrir mismunandi skiptingu kostnaðar milli fastra og breytilegra liða, þ.e. að sementssali 1 sé með lægri breytilegan kostnað en sementssali 2 þrátt fyrir að vera með hærri heildarkostnað, þá kann þessi niðurstaða að snúast við. Það verður þá enn líklegra að A haldi sig við að kaupa sement frá gamla aðilanum. Þessar niðurstöður kunna að vera háðar þeim stikagildum sem voru valin. Ólíklegt virðist hins vegar að hin efnislega niðurstaða um að A geti verið betur settur með því að færa ekki viðskipti sín til nýherjans breytist þótt þessum einfaldandi forsendum sem voru settar væri breytt.

Þess má geta að í október 2003 seldi íslenska ríkið Sementsverksmiðju ríkisins til hóps fjárfesta sem m.a. innihélt BM Vallá hf. - stærsta einstaka kaupanda sements á Íslandi. Frá sjónarhóli BM Vallár má líta á þessi kaup sem trúverðuga skuldbindingu til langs tíma um að kaupa sement af Sementsverksmiðjunni. Með þessu móti er sá

valkostur BM Vallár að skipta yfir til Aalborg Portland í raun útilokaður. Samningurinn milli ríkisins og kaupanda Sementsverksmiðjunnar fól einnig í sér að föstum kostnaði var að miklu leyti létt af verksmiðjunni. Ennfremur má geta þess að Steypustöðin hf., sem var annar stærsti viðskiptavinur Sementsverksmiðjunnar, skiptir nú við Aalborg Portland sem þýðir að markaðshlutdeild Sementsverksmiðjunnar og Aalborg Portland er nokkurn veginn jöfn. Það má því segja að raunveruleikinn sé orðinn býsna nálægt þeirri einföldu mynd sem líkan okkar gerir ráð fyrir.

Líkanið sem er notað hér er kyrrt (e. *static*) og nær því ekki að líkja fullkomlega eftir hinu kvika ferli innkomu og samspili markaðsaðila sem lýst var að framan. Samt sem áður viljum við halda því fram að líkanið sem hér er sett fram veiti nokkra innsýn í þau öfl sem eru að verki. Engu að síður ætti að skoða líkanið sem upphaf betri og umfangsmeiri rannsókna þar sem m.a. væri tekið tillit til þess að atburðir gerast í tíma. Hugsanlegt er að líta til líkans á borð við það sem Snyder (1996, 1998) notar og áður var rætt um.

Þeirri spurningu var varpað fram í upphafi greinarinnar hvort hægt væri að færa formleg hagfræðileg rök fyrir þeirri ákvörðun samkeppnisráðs að Sementsverksmiðjan væri ekki markaðsráðandi. Til að svara þessari spurningu með einhverri vissu þarf frekari rannsóknir, m.a. mat á stikum þess líkans sem notað er í greiningunni. Við höfum hins vegar sýnt að ef ákveðnum skilyrðum er fullnægt er svarið við þessari spurningu jákvætt og jafnframt að fjölgun seljenda sements styrkir kaupendamátt steypuframleiðenda. Þegar lítið er til þróunar á sementsmarkaðinum virðist einnig ljóst að innkoma Aalborg Portland leiddi til verulegrar verðlækkunar sements á Íslandi.

## Þakkir

Höfundar vilja þakka ritrýni fyrir gagnlegar ábendingar við upprunalega útgáfu greinarinnar.

## Heimildir

- Áfrýjunarnefnd samkeppnismála (2002). Mál nr. 12/2002, Sementsverksmiðjan hf. gegn samkeppnisráði.
- Áfrýjunarnefnd samkeppnismála (2003). Mál nr. 19/2002, Aalborg Portland Íslandi hf. gegn samkeppnisráði.
- Binmore, Ken, Ariel Rubinstein og Asher Wolinsky (1986). The Nash bargaining solution in economic modelling, *The Rand Journal of Economics* 17(2), 176-188.
- Brandenburger, Adam M., og Barry J. Nalebuff (1996). Co-Opetition, Currency.
- Chen, Zhiqi (2003). Dominant retailers and the countervailing-power hypothesis, *The Rand Journal of Economics* 34(4), 612-625.
- Chipty, Tasneem, og Christopher M. Snyder, (1999). The role of firm size in bilateral bargaining: a study of the cable television industry, *Review of Economics and Statistics* 81, 326-340.
- la Cour, Lisbeth F., og Peter Møllgaard (2003). Market domination: tests applied to the Danish cement industry, *European Journal of Law and Economics* 14, 99-127.
- Dobson, Paul W., og Michael Waterson (1997). Countervailing power and consumer prices, *Economic Journal* 107, 418-430.
- Ellison, Sara F., og Christopher M. Snyder (2001). Countervailing Power in Wholesale Pharmaceuticals, Working Paper 01-27, MIT Department of Economics.
- Engle-Warnick, Jim, og Bradley J. Ruffle (2002). Buyer Countervailing Power versus Monopoly Power: Evidence from Experimental Posted-Offer Markets, mimeo, Nuffield College, University of Oxford.
- Framkvæmdanefnd um einkavæðingu (1999). Einkavæðing 1996-1999.
- Framkvæmdastjórn ESB (1999). Commission decision of 25 November 1998 declaring a concentration to be compatible with the common market and the functioning of the EEA Agreement (Case No. IV/M.1225 - Enso/Stora), *Official Journal of the European Communities*, L254/9-21.
- Galbraith, John K. (1952). American Capitalism: The Concept of Countervailing Power. Houghton Mifflin, Boston MA.
- Hagstofa Íslands: Innflutningsskýrslur.
- Horn, Henrik, og Asher Wolinsky (1988a). Bilateral monopolies and incentives for merger, *The Rand Journal of Economics* 19, 408-419.
- Horn, Henrik, og Asher Wolinsky (1988b). Worker substitutability and patterns of unionization, *Economic Journal* 98, 484-497.
- Morgunblaðið (2003). Síðasta verksmiðjan í eigu ríkisins seld, 3. október.
- Myerson, Roger B. (1991). Game Theory: Analysis of Conflict, *Harvard University Press*, Cambridge, Massachusetts.
- Nash, John F. (1953). Two-person cooperative games, *Econometrica* 18, 155-162.
- Rotemberg, Julio, og Garth Saloner (1986). A supergame-theoretic model of business cycles and price wars during booms, *American Economic Review* 76, 390-407.
- Samkeppnisráð (2002). Ákvörðun nr. 32/2002.
- Sementsverksmiðjan hf. (2005). Líflegur byggingariðnaður, af heimasíðu Sementsverksmiðjunnar: <http://www.sement.is/frettir/meira.asp?id=143>, lesin 5. júlí 2005.
- Skandia (1996). Sementsverksmiðjan hf. Úttekt og virðismat [ICP, an assessment and valuation analysis], a study prepared for the Icelandic Government's Privatization Committee, Reykjavik, Iceland.
- Snyder, Christopher M. (1996). A dynamic theory of countervailing power, *The Rand Journal of Economics* 27, 747-769.
- Snyder, Christopher M. (1998). Why do larger buyers pay lower prices? Intense supplier competition, *Economics Letters* 58, 205-209.
- Stole, Lars A., og Jeffrey Zwiebel (1996). Organizational design and technology choice under intrafirm bargaining, *American Economic Review* 86, 195-222.

# Sjávarútvegur sem grunnatvinnuvegur á Íslandi

Ragnar Árnason<sup>1</sup>  
Sveinn Agnarsson<sup>2</sup>

*Ágrip:* Fræðimenn virðast almennt sammála um að sjávarútvegur hafi verið mikilvægasti atvinnuvegur Íslendinga á 20. öld og sá grunnur sem hagvöxtur landsins hvíldi á langt fram eftir öldinni. Enda þótt sjávarútvegur hafi enn haldið sínum sessi sem mikilvægasta útflutningsgrein landsmanna við aldarlok mældist hlutur greinarinnar í vergri landsframleiðslu aðeins um 15% að meðaltali síðustu þrjú áratugi aldarinnar. Þjóðhagsreikningar mæla hins vegar eingöngu þann virðisauka sem skapast í hverri atvinnugrein, en taka hvorki tillit til tengsla við aðrar atvinnugreinar né margfaldaraáhrifa. Í þessari grein eru tölfræðilegar aðferðir notaðar til að meta „raunverulegt“ mikilvægi sjávarútvegs fyrir íslenskan þjóðarbúskap og kannað hvort líta megi á sjávarútveg sem grunnatvinnuveg á Íslandi. Niðurstöður gefa til kynna að framlag sjávarútvegs til landsframleiðslu sé mun meira en þjóðhagsreikningar gefa til kynna og að þýðing hans fyrir íslenskt hagkerfi sé þar með vanmetin í opinberum gögnum. Niðurstöðurnar gefa jafnframt til kynna að sjávarútvegur hafi verið grunnatvinnuvegur á athugunartímabilinu. Höfundum er ókunnugt um að þessari aðferðafræði hafi áður verið beitt í þessu skyni, en hana mætti nota til að kanna hvort fleiri atvinnugreinar fylli flokk grunnatvinnuvega hér á landi, og meta stöðu einstakra atvinnugreina í hagkerfum annarra landa.

*Lykilorð:* Sjávarútvegur, grunnatvinnuvegir, sjávarútvegur sem grunnatvinnuvegur, samþætting, villuleiðréttingarlíkan.

*JEL:* N14, N54.

## 1. Inngangur

Fræðimenn virðast almennt sammála um að sjávarútvegur hafi verið mikilvægasti atvinnuvegur Íslendinga á 20. öld og sá grunnur sem hagvöxtur landsins hvíldi á, a.m.k. langt fram eftir öldinni.<sup>3</sup> Ýmsar þjóðhagsstærðir staðfesta þessa skoðun. Sjávarafurðir voru langmikilvægasta útflutningsvara þjóðarinnar á 20. öld og má nefna að á fimmta áratugnum námu þær um 95% af vöruútflutningi landsmanna.<sup>4</sup> Við lok aldarinnar

var hlutur sjávarafurða í útfluttum vörum enn yfir 60% (sjá mynd 1). Útflutningur var að jafnaði um 35% af vergri landsframleiðslu á þessum tíma.<sup>5</sup> Gögn um vinnuafslnotkun í sjávarútvegi staðfesta enn frekar mikilvægi sjávarútvegs. Á fyrri hluta 20. aldar vann að jafnaði fimmti hver maður við fiskveiðar og -vinnslu, en sum árin fór þetta hlutfall í fjórðung (sjá mynd 1).<sup>6</sup> Síðan þá hefur vinnuafli í sjávarútvegi dregist stórum saman og í aldarlok lét nærri að tíundi hver maður starfaði við þá grein.<sup>7</sup>

1 Prófessor í viðskipta- og hagfræðideild HÍ, ragnara@hi.is.

2 Fræðimaður við Hagfræðistofnun HÍ, sveinnag@hi.is.

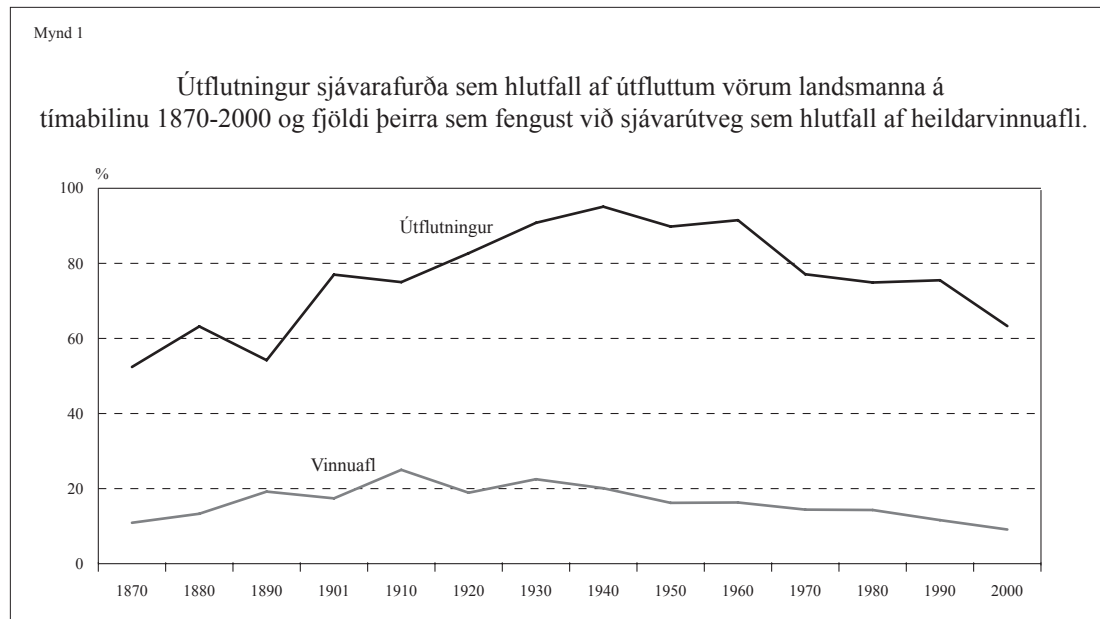
3 Sjá t.d. Sigfús Jónsson (1984), Magnús S. Magnússon (1993), Sigurður Snævarr (1993), Ragnar Árnason (1994), Guðmundur Jónsson (1999, 2003) og Helgi Skúli Kjartansson (2002).

4 Hagskinna, tafla 10.18, og vefur Þjóðhagsstofnunar, www.ths.is. Sögulegt yfirlit hagtalna, tafla 7.11.

5 Hagskinna, tafla 14.4, og vefur Hagstofu Íslands, www.hagstofa.is.

6 Guðmundur Jónsson (1999), tafla V.2.4, og vefur Þjóðhagsstofnunar, www.ths.is. Sögulegt yfirlit hagtalna, tafla 5.3.

7 Vefur Þjóðhagsstofnunar, www.ths.is. Sögulegt yfirlit hagtalna, tafla 5.3.



Byggðapróun í landinu má einnig að stóru leyti rekja til sjávarútvegs. Flest sjávarpláss mynduðust vegna þess að þaðan þótti hagkvæmt að gera út skútur og árabáta, og seinna meir vélbáta og togara.<sup>8</sup> Samhliða útgerð efl-dist síðan fiskverkun í landi og ýmsar þjónustugreinar tengdar sjávarútvegi. Vöxtur og viðgangur þessara bæja og þorpa var háður því hvernig aflaðist og þótt atvinnulíf á sumum stöðum hafi orðið fjölbreytilegra með árunum áttu mörg þessara sveitarfélaga enn nær allt sitt undir útvegi við upphaf 21. aldar.

Þótt gögn um útflutning, vinnuaflsnotkun og byggðapróun í landinu gefi til kynna að sjávarútvegur hafi verið grunngrein íslensks hagkerfis eru rökkin ekki jafn sannfærandi þegar litið er til hlutar greinarinnar í vegrri landsframleiðslu samkvæmt hagköllum. Tölur um hlut mismunandi atvinnugreina í landsframleiðslu eru til fyrir tímabilið 1900-1945 og frá 1973. Samkvæmt þeim var hlutur sjávarútvegs í landsframleiðslu nálægt 25% að jafnaði fram til 1945, en hefur aðeins verið um 15% að meðaltali síðustu þrjá áratugi (sjá mynd

2).<sup>9</sup> Þetta hlutfall hefur enn dregist saman hin síðustu ár og var árið 2000 rétt um 11%.<sup>10</sup>

Samkvæmt opinberum hagköllum virðist því sjávarútvegur vissulega vera mikilvægur atvinnuvegur, en þó fjarri því sá hornsteinn íslensks hagkerfis sem hin viðtekna söguskoðun heldur fram. Aðrar greinar á borð við fjármálastarfsemi, almenna þjónustu, viðskipti og ferðamannaíðnað virðast allar þýðingarmeiri — þ.e. á mælikvarða þjóðhagsreikninga.

Hér þarf þó ekki allt að vera sem sýnist. Þetta ósamræmi á milli þjóðhagsreikninga og söguskoðunar kann að vera meira í orði en á borði. Hefðbundin aðferð við að reikna landsframleiðslu er að leggja saman þann virðisauka sem myndast í sérhverri atvinnugrein. Þetta er góð leið til að meta landsframleiðslu í heild. Á þessum grundvelli er framlag hverrar atvinnugreinar til þjóðarþúskaþarins gjarnan reiknað sem hlutfall þess virðisauka sem myndast í greininni og landsframleiðslunnar eins og í mynd 2 hér á næstu síðu. Þetta getur

8 Sjá t.d. Sigfús Jónsson (1981), Sigurður Snævarr (1993), Guðmundur Jónsson (1999) og Jón Þ. Þór (2002).

9 Vefur Þjóðhagsstofnunar, [www.ths.is](http://www.ths.is). Sögulegt yfirlit hagtalna, tafla 1.7.

10 Sama heimild.



vissulega verið upplýsandi en er hins vegar afleit aðferð til að meta hlutfallslegt mikilvægi atvinnuvega í þjóðarþáttatekjum. Ástæðan er sú að aðferðin tekur ekki tillit til þeirra þræða sem liggja á milli einstakra atvinnugreina. Einkum og sér í lagi greinir aðferðin ekki á milli grunngreina atvinnulífsins, þeirra sem í rauninni standa undir atvinnulífinu, og afleiddra greina sem til koma beint og óbeint vegna starfsemi í grunntatvinnuvegunum.<sup>11</sup> Þó virðist alveg augljóst að þensla eða samdráttur í grunntatvinnuvegunum, að svo miklu leyti sem þeir eru fyrir hendi, geti haft mun meiri áhrif á landsframleiðslu en sviptingar í afleiddu greinum. Mikilvægt er að hafa hugfast í þessu samhengi, að kerfi þjóðhagsreikninga var hannað til að mæla þjóðarframleiðslu í heild en ekki til að bera saman þýðingu mismunandi atvinnuvega. Slikur samanburður er síðari tíma túlkun sem er byggð á veikum grundvelli þegar í upphafi.

Þessar vangaveltur gefa tilefni til að velta fyrir sér hinni „raunverulegu“ stöðu sjávarútvegs í íslensku hagkerfi. Gefa upplýsingar um virðisauka í greininni rétta mynd af þýðingu hennar

eða er hún kannski meiri en af þjóðhagsreikningum mætti ætla? Hefur hin viðtekna söguskoðun eitthvað til síns máls? Þessar efasemdir má einnig setja fram með skilmerkilegri og sannprófanlegri hætti. Getur verið að sumir atvinnuvegir séu slíkar undirstöðugreinar að ef þeirra nyti ekki lengur við myndi landsframleiðsla dragast mun meira saman en nemur mældu, beinu framlagi þeirra til vergrar landsframleiðslu? Í þessari grein er leitast við að svara þessari spurningu með því að beita tölfræðilegum aðferðum á íslensk gögn frá 20. öld. Augljóst er að slíkt svar hefur ekki einvörðungu þýðingu að því er snertir sjávarútveg á Íslandi heldur getur aðferðafræðin nýst við rannsóknir á þjóðhagslegri þýðingu fleiri atvinnuvega á Íslandi sem annars staðar.

Hér á eftir er fyrst litið um öxl og rakið hvaða þýðingu sjávarútvegur hafði fyrir hagvöxt á Íslandi á 20. öld. Síðan er fjallað um þá fræðilegu kenningu sem greiningin byggist á, kenninguna um grunntatvinnuvegi. Í fjórða hluta greinarinnar er lýst þeim tölfræðilegu aðferðum sem beitt var og í þeim fimmta greint frá gögnum sem notuð voru við rannsóknina. Niðurstöðu greiningar okkar á mikilvægi sjávarútvegs fyrir íslenskan efnahag er lýst í sjötta hluta og í sjöunda og síðasta hluta greinarinnar ræðum við um niðurstöður okkar.

11 Adam Smith rekur þessa hugsun í löngu máli og víðar í grunnriti sínu um auðlegð þjóðanna. Sjá t.d. Smith (1981[1779]), bls. 10-11, 330, 343 og 376-9.



Áður en lengra er haldið kann að vera gagnlegt að vekja athygli á nokkrum öðrum skrifum um þróun landsframleiðslunnar hér á landi. Guðmundur Magnússon og Tór Einarsson (1985) fjalla t.d. um hagsveiflur frá stríðslokum og hlutdeild ytri skella (e. *exogenous shocks*) í þeim í tveimur ritgerðum (1987a og b). Þórarinn Pétursson (2000) útskýrir hagsveiflur eftirstríðsáranna með hjálp Markov-færslu (e. *Markov switching*) milli þenslu- og samdráttarumhverfis í efnahagslífinu (e. *expansionary and recessionary regimes*) með talsvert góðum árangri. Þá höfum við sjálfir nýlega ritað grein um hlut sjávarútvegsins í þjóðarbúskapnum (Agnarsson og Arnason 2006) sem er þó mun einfaldari og almennari en sú sem hér er birt.

## 2. Hagsagan<sup>12</sup>

Sem fyrr er rakið bera hagtölur það ekki með sér að sjávarútvegurinn hafi gegnt því lykilhutverki í hagþróun á tuttugustu öldinni sem flestir hagsöguritarar telja. Hlutdeild sjávarútvegsins í vöruútflutningi var að vísu hátt alla tuttugustu öldina — vel yfir helmingi að jafnaði. Sjávarútvegurinn stóð hins vegar undir tiltölulega litlum hluta atvinnu í landinu — nálægt 15% að meðaltali — og tæpast meira en 20% af þáttatekjum að jafnaði. Á yfirborðinu benda þessar tölur því til þess að sjávarútvegurinn hafi að vísu verið veigamikill atvinnuvegur, en langt frá því að skipta þeim sköpum, sem almennt hefur verið talið.

Þessi mynd breytist hins vegar þegar nánar er rýnt í hagtölurnar. Þá verður nefnilega ekki annað séð en að þrátt fyrir fremur takmarkað beint framlag til landsframleiðslunnar samkvæmt hagtölum, hafi sveiflur í sjávarútvegi leikið aðalhlutverkið í nánast öllum helstu hagsveiflum tuttugustu aldarinnar. Sé það rétt má e.t.v. segja að sjávarútvegurinn hafi verið sú vél, a.m.k. sú aðalvél, sem knúði áfram landsframleiðsluna og þar með hagvöxtinn á öldinni. Lítum nú aðeins nánar á þetta og byrjum á að skoða gang sjávarútvegsins á öldinni.

12 Í þessum kafla er einkum stuðst við Sigurð Snævarr (1993), Guðmund Jónsson (1999 og 2003), Helga Skúla Kjartansson (2002), Jón Þ. Þór (2003) og Svein Agnarsson (2004). Töluleg gögn eru fengin úr Hagskinnu, töflu V.14.5, og [www.ths.is](http://www.ths.is), Sögulegt yfirlit hagtalna, töflur 1.1 og 4.8.

Miklar sveiflur einkenndu íslenskan sjávarútveg lengst af á síðustu öld. Svo sem sjá má á mynd 3 voru þessar sviptingar einkanlega miklar á árunum 1916-1945 en á því tímabili gerðist það einungis í þrjú skipti að magnvísitala sjávarútvegs breyttist um minna en 5% á milli ára. Öll önnur árin annaðhvort jókst eða dróst framleiðslan saman um hærri hundraðstölu. Til marks um þennan óstöðugleika má nefna að árið 1925 dróst framleiðslan saman um helming, en jókst næstu tvö árin um 50% hvort ár og árið 1930 jókst framleiðslan síðan um ríflega 87%. Sveiflurnar eru mun minni á seinni hluta aldarinnar, sérstaklega eftir 1986.

Setjum nú þessar sveiflur í samhengi við hagsveiflur aldarinnar (sjá mynd 4). Sjávarútvegur á tiltölulega lítinn þátt í hagvexti fyrsta áratugarins heldur má að stærstum hluta rekja hann til vaxtar annarra atvinnugreina, en í fyrri heimsstyrjöldinni verður stór breyting á. Fyrstu tvö ár ófriðarins var góður gangur í sjávarútvegi sem rekja mátti til aukinnar erlendrar eftirspurnar og hærri verðs, en síðan tók að syrtu í álinn. Árið 1916 neyddust Íslendingar til að ganga til harkalegra samninga við bandamenn, og mikil innlend verðbólga og erfiðleikar við að útvega aðföng gerðu rekstur útgerðar erfiðan. Samdráttur í sjávarútvegi átti stóran þátt í því að landsframleiðsla dróst saman árið 1916 um nær 11%. Árið eftir var helmingur togaraflotans seldur til Frakklands og fyrir vikið dróst affi verulega saman árin 1917 og 1918 sem aftur leiddi til samdráttar í þjóðarbúskapnum.

Fyrstu árin eftir fyrri stríð ríkti mikill óstöðugleiki í efnahagslífi þjóðarinnar. Sjávarútvegi óx þá mjög fiskur um hrygg enda mikill uppgangur í verkun á saltfiski og síld. Gengi krónunnar féll verulega á árunum 1920-24 sem kom útflutningsgreinunum aftur á móti vel. Þessara afkomusveiflna sér vel stað í hagvexti þessara ára.

Árið 1925 var gengi krónunnar hækkað og kippti sú ráðstöfun fótunum undan rekstri margra sjávarútvegsfyrirtækja. Afleiðingin varð afturkippur í landsframleiðslu. Næstu árin héldu áfram að skiptast á skin og skúrir í útvegi og þótt framleiðsla landsmanna væri á þessum árum að verða fjölbreyttari hafði óstöðugleikinn í sjávarútvegi veruleg áhrif á hagþróun landsins.

Áhrifa kreppunnar miklu varð ekki vart að ráði á Íslandi fyrr en haustið 1930 en næstu tvö árin minnkaði eftirspurn eftir útfluttum vörum verulega. Fyrir vikið dróst landsframleiðsla saman. Árin 1933 og 1934 gekk betur í sjávarútvegi og varð sá bati til að snúa samdrætti í hagvöxt. Borgarastyrjöldin á Spáni varð til þess að mikilvægasti saltfiskmarkaður þjóðarinnar lokaðist árið 1936 og stóð svo fram yfir seinna stríð. Síldveiðar gengu aftur á móti vel. Afli fór úr 70 þúsund tonnum árið 1934 og í nálega 200 þúsund þremur árum síðar og vó gott gengi í síldveiðum töluvert á móti lakari afkomu í botnfiskveiðum. Mun minni sveiflur voru á raunvirði sjávarvöruframleiðslu á fjórða áratugnum en þeim þriðja, en eftir sem áður virðast þær hafa ráðið miklu um almenna hagþróun í landinu.

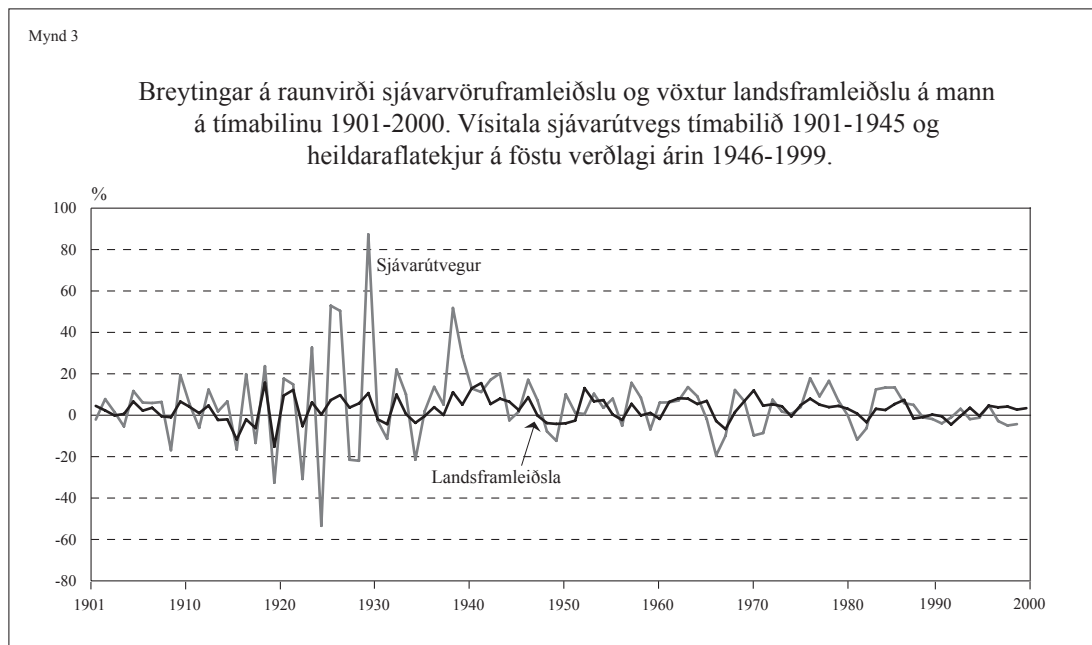
Á tímum seinni heimsstyrjaldar ríkti sannkallað góðæri í landinu. Góður afli og hátt verð á erlendum mörkuðum varð til þess að afkoma í sjávarútvegi snarbatnaði og má rekja stóran hluta af hagvexti stríðsáranna til uppgangs í sjávarútvegi.

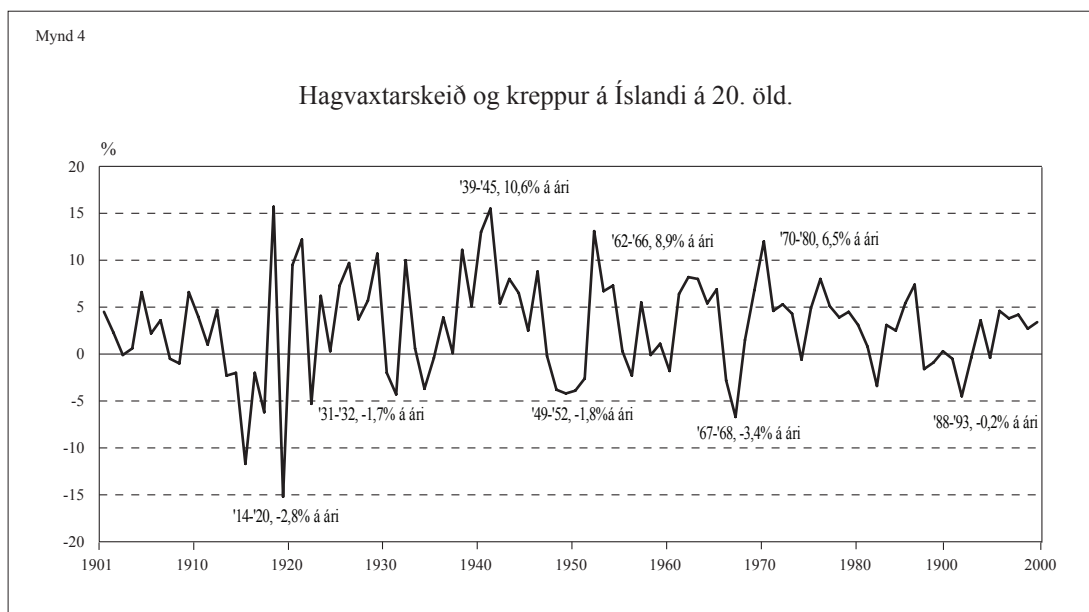
Fjárfesting í togurum, bátum og fiskvinnsluhúsum lék lykilhutverk í uppbyggingu árunna 1944-1947 og fyrst í stað skilaði sú fjárfesting góðum hagvexti. En á árunum 1949-1955 veiddist

mun minna af síld en áður auk þess sem verð hrávöru lækkaði í kjölfar Kóreustríðsins 1950-1953. Landsframleiðsla dróst saman öll árin 1949-1952 og átti lélegt gengi sjávarútvegs drjúgan þátt í þeirri kreppu.

Á árunum 1962-1966 ríkti góður hagvöxtur á Íslandi. Landsframleiðsla óx að meðaltali um nær 9% á ári og mátti rekja hluta af þeim vexti til góðrar síldveiði, en á árunum 1967-1969 hrundi norsk-íslenski síldarstofninn og í kjölfarið skók djúpru kreppa þjóðarbúið. Landsframleiðsla dróst saman um 1,3% árið 1967 og 5,5% árið eftir og fjöldi fólks flúði slæmt atvinnuástand til útlanda.

Áttundi áratugurinn var samfellt hagvaxtar-skeið og að meðaltali óx landsframleiðsla á mann um 6,5% árlega á tímabilinu 1970-1980. Sjávarútvegur lék þýðingarmikið hlutverk í þessum hagvexti. Nýir skuttogarar streymdu til landsins og í öllum plássum voru gömul fiskvinnsluhús endurnýjuð eða ný byggð. Landhelgin var færð út í 50 mílur 1972 og 200 mílur 1975 og hinn 1. desember 1976 sigldi síðasti enski togarinn úr landhelgi. En fiskistofnarnir leyfðu ekki svo mikla sókn og veislan tók enda upp úr 1980. Í ofanálag lækkaði verð á erlendum mörkuðum. Gríðarlegt tap varð á





útgærd og leiddi það nær til stöðunar í landsframleiðslu árið 1982 og síðan samdráttar árið eftir.

Staðan breyttist til hins betra er leið á áratuginn og árin 1984-1988 óx virði sjávarvöruframleiðslunnar að raunvirði. Hagvöxtur var allgóður fram á síðasta árið, en árin 1988-1993 ríkti nær stöðnun í íslensku efnahagslífi. Hið slæma ástand má að hluta til skrifa á reikning sjávarútvegsins, en minni afli m.a. vegna aðhaldssamra heildarkvóta og lakari viðskiptakjör rýrðu þá afkomu greinarinnar.

Síðasta áratuginn virðist hins vegar hið fyrrum sterka samband milli sjávarútvegs og hagvaxtar hafa dofnað. Þótt verðmæti sjávarafurða hafi minnkað síðustu ár aldarinnar að rauntölu leiddi sá samdráttur þó ekki til kreppu þar sem góður vöxtur annarra atvinnugreina vó þar á móti. Svo sem bent var á hér að framan eru sveiflur í fiskveiðum og -vinnslu nú mun minni en áður. Þar skiptir höfuðmáli tilkoma aflamarkskerfisins, fyrst í botnfiskveiðum árið 1984 og síðan í öllum veiðum árið 1990. Útgærdir eiga nú auðveldara með að skipuleggja starfsemi sína og laga sig að breytingum á aflamagni og verði aðfanga og afurða. Afleiðingin hefur m.a. orðið minni sveiflur í sjávarútvegi og því minni sveifluvekjandi áhrif á þjóðarbúskapinn í heild.

### 3. Kenningin um grunnatvinnuvegi

Framlag einstakra atvinnuvega til landsframleiðslu er misjafnt. Sumir vega létt og skipta litlu máli fyrir þjóðarþúið. Aðrir eru þýðingarmeiri og geta jafnvel verið sá grunnur sem framleiðsla landsins eða svæðisins hvílir á.<sup>13</sup> Það er t.a.m. ekki erfitt að ímynda sér landsvæði þar sem efnahagsstarfsemi hefst með nýtingu tiltekinna afmarkaðra landkosta, t.d. auðugarar námu eða fiskimiða, og þótt hagkerfið á svæðinu þróist og verði fjölbreytilegra eigi það eftir sem áður allt undir viðgangi þessa atvinnuvegar og hrynji ef hann leggst af. Slíkur atvinnuvegur er þá grunnatvinnuvegur á svæðinu og um þá eru mörg dæmi í hagsögunni.<sup>14</sup>

Til að gera þetta ljósara skulum við hugsa okkur að á einhverju óbyggðu norðlægu túndrusvæði finnst olía sem fýsilegt þyki að vinna. Vinnsla hefst og fólk sest að í olíubænum. Þetta fólk þarf þjónustu af margvíslegu tagi og spyr eftir henni. Með tímanum spretta því upp fyrirtæki og

13 Adam Smith lýsir t.d. þessari hugsun með skýrum hætti í Auðlegð þjóðanna (Smith (1981 [1776], bls. 376-9).

14 Sem dæmi má nefna námubæi í Bandaríkjunum, sem margir hverjir eru nú draugabæir, sjávarútveg í Grímsey, fosfat (gúanó)-vinnsla á eyjunni Nauru í Kyrrahafi o.m.fl.

atvinnuvegir til að mæta þessari eftirspurn. Þeir sem þar starfa skapa sína eigin eftirspurn eftir þjónustu og þannig koll af kalli. Atvinnulífið eflist og auðgast. Umfang þessarar afleidda starfsemi er þeim mun meira sem hagkvæmara er að veita hana á staðnum fremur en að sækja hana annað. Hún getur því verið meiri eða minni. Hitt er ljóst, að á mælikvarða virðisauka getur þessi afleidda starfsemi hæglega verið umfangsmeiri en olíuvinnslan og þar með einnig framlag hennar til landsframléiðslu á svæðinu<sup>15</sup> samkvæmt hefðbundnum þjóðhagsreikningum.

Setjum nú svo að meðal þeirra sem hefja starfsemi í olíubænum sé bóksali. Dag einn ákveður hann að setjast í helgan stein og lokar verslun sinni, en það skiptir aðra bæjarbúa litlu máli. Þeim upphæðum sem þeir eyddu áður í bókakaup verja þeir nú til leigu á myndböndum og annarrar dægrastyttingar. Landsframléiðsla minnkar óverulega ef nokkuð og lífið gengur áfram sinn vanagang, en ef olíuvinnslan stöðvast kemur annað hljóð í strokkinn. Starfsfólk olíufyrirtækisins fær enga aðra vinnu í bænum og neyðist því til að flytja sig um set. Umsvifin í bænum dragast saman og hægt og bitandi lamast allt atvinnulífið. Bærinn byggðist upp í kringum olíuvinnsluna og þegar hún hættir er fótunum kippt undan tilverugrundvelli hans. Hið athyglisverða við þessa greiningu er að litlu máli skiptir hversu hátt hlutfall bæjarbúa starfaði við olíuvinnsluna, heldur ræður öllu sú staðreynd að olíuvinnslan er grunnatvinnuvegur bæjarins.

Kenninguna um grunnatvinnuvegi má rekja til kaupauðgisstefnunnar sem mörg ríki Evrópu fylgdu á 17. og 18. öld.<sup>16</sup> Samkvæmt henni tilheyrði hver sú atvinnugrein undirstöðu hagkerfisins sem ýtti undir hagstæðan viðskiptajöfnuð við útlönd. Búauðgissinnar (fýsiókratar) í Frakklandi, sem fram komu um miðja 18. öld, höfðu þrengra sjónarhorn. Að þeirra mati var landbúnaður eini grunnatvinnuvegur landsins, aðrar greinar fólu ekki í sér hreina verðmætasköpun. Adam Smith

(1981 [1776]) lærði margt af búauðgissinum þótt hann gagnrýndi einnig kenningar þeirra. Í höfuðriti sínu, Auðlegð þjóðanna (Smith 1981 [1776]), lýsir hann víða skoðunum í samræmi við kenninguna um grunnatvinnuvegi og setur raunar kjarnann í kenningunni fram með skýrum hætti, t.d. á bls. 376-9. Hann vildi hins vegar ekki fallast á þá skoðun búauðgissinna að landbúnaður væri eini grunnatvinnuvegurinn. Þýski hagsögufræðingurinn Werner Sombart setti fyrst fram nútímalega útgáfu af kenningunni um grunnatvinnuvegi snemma á 20. öldinni.<sup>17</sup> Síðan hafa margir rannsakendur í hagsögu og byggðahagfræði þróað kenninguna frekar.<sup>18</sup>

Kenningin um grunnatvinnuvegi er skyld svokallaðri hrávörukenningu (e. *staple theory*) sem fjallar um hvernig framléiðsla á ákveðinni hrávöru getur orðið sá kraftur sem drífur áfram efnahagsþróun á tilteknu svæði eða landi. Höfundur hrávörukennningarinnar, Kanadamaðurinn Innis (1930), setti hana fram til að skýra hvernig einstök svæði heimalands hans hefðu þróað út frá nýtingu þeirra náttúruauðlinda sem hvert svæði hefði upp á að bjóða. Náskyld hrávörukennningunni er kenning sem kennd er við útflutningsgrunn (e. *export base theory*), en hún hefur verið notuð til að skýra hvernig útflutningur á ákveðnum afurðum verður aflvaki almennrar hagþróunar.<sup>19</sup> Þessar tvær kenningar – hrávörukenningin og útflutningsgrunnkenningin – eru mjög áþekkar og aðferðafræði þeirra svipuð. Í báðum er höfuðáhersla lögð á að skoða hvernig grunnatvinnuvegurinn tengist öðru atvinnulífi og rekja hvernig þessir þræðir liggja um hagkerfið. Hér verður ekki farið nánar út í þessar tvær kenningar, en bent á að Sigfús Jónsson (1984) hefur beitt þessari kenningu til að útskýra megineinkenni hagþróunar og byggðapróunar á Íslandi á fyrri hluta 20. aldar.

Til að átta sig frekar á eðli kenningarinnar um hagrænan grunn kann að vera gagnlegt að setja hana fram með formlegum hætti. Til að auðveldara sé að átta sig á aðalatriðum setjum við kenningu-

15 Þótt greiningin sé augljóslega hvorki takmörkuð við land né þjóð þykir skást að nota þetta hefðbundna orð um hreina framléiðslu (þ.e. virðisauka) á svæðinu. Annar kostur er að nota orðið svæðisframléiðsla.

16 Schaffer (1999).

17 Sjá t.d. Krumme (1968).

18 Þeirra á meðal má nefna North (1955) og Tiebout (1956a, 1956b og 1962).

19 North (1955) og Richardson (1977).

una fram í eins einföldu formi og framast er unnt. Gefum okkur t.d. að á óbyggðu svæði finnist náttúruauðlind í nýtanlegum mæli. Auðlindin er notuð til framleiðslu á ákveðnum afurðum og þær síðan fluttar út. Landsframleiðslu svæðisins má því skilgreina á eftirfarandi hátt:

$$(1) \quad y = y^d + \phi,$$

þar sem  $\phi$  tákna þann virðisauka sem framleiðsla auðlindaafurða hefur í för með sér. Hér á eftir munum við iðulega kalla  $\phi$  auðlindaarð.  $y^d$  tákna eftirspurn eftir virðisauka (í formi heimaframleiddra vara) sem verður til á svæðinu og  $y$  heildarvirðisauka, eða heildarframleiðslu á svæðinu. Jafna (1) samsvarar framleiðsluuppgjöri þjóðhagsreikninga.

Eftirspurn eftir heimaframleiddum virðisauka ræðst af tekjum einstaklinga á svæðinu. Látum  $\alpha$  tákna hlut fjármagnseigenda í virðisaukanum  $\phi$ . Hlutur fjármagnseigenda í auðlindaarðinum, þ.e. auðlindarentan, er því jafn  $\alpha\phi$ . Allar aðrar tekjur á svæðinu, þ.e. þær tekjur sem ekki eru skilgreindar sem auðlindarenta, hljóta þá að vera  $y - \alpha\phi$ .

Neytendur á svæðinu neyta bæði vöru sem framleidd er á svæðinu (en sú eftirspurn er eins og fyrr var sagt táknuð með  $y^d$ ) og vöru sem flutt er til svæðisins. Eftirspurn eftir heimavöru má skipta í tvennt: eftirspurn þeirra sem ekki njóta auðlindarentu og eftirspurn hinna. Í samræmi við það má rita heildareftirspurnina eftir heimavöru sem

$$(2) \quad y^d = C_1(y - \alpha\phi) + C_2(\alpha\phi),$$

þar sem  $C_1(y - \alpha\phi)$  er neyslufall þeirra sem ekki njóta auðlindarentu og  $C_2(\alpha\phi)$  neyslufall hinna.

Með því að stinga (2) inn í (1) má nú umrita landsframleiðslu svæðisins sem

$$(3) \quad y = C_1(y - \alpha\phi) + C_2(\alpha\phi) + \phi.$$

Jafna (3) felur bersýnilega í sér samhengi landsframleiðslu,  $y$ , og auðlindaarðsins,  $\phi$ . Sé vissum stærðfræðilegum skilyrðum fullnægt er unnt að rita þetta samhengi sem fallið  $Y(\phi)$ . Eðli málsins samkvæmt er  $Y(0) = 0$ .

Að því gefnu að neysluföllin séu diffranleg má finna afleiðu landsframleiðslunnar með tilliti til auðlindaarðsins sem:

$$(4) \quad \frac{dy}{d\phi} = \frac{(C_2' - C_1') \cdot \alpha + 1}{1 - C_1'},$$

þar sem  $C_1'$  og  $C_2'$  tákna fyrstu afleiður neyslufallanna.

Afleiðan í (4) er kölluð grunnmargfaldari.<sup>20</sup> Grunnmargfaldarinn mælir jaðaráhrif breytinga í grunnatvinnuveginum á landsframleiðsluna. Því hærrí sem þessi margfaldari er þeim mun meiri eru þessi áhrif. Því má e.t.v. segja að grunnmargfaldarinn mæli hinn „efnahagslega kraft“ í grunnatvinnuveginum.

Grunnmargfaldarinn er auðvitað fall. Þess vegna er formlega séð ekki leyfilegt að túlka hann sem mælikvarða á þýðingu grunnatvinnuvegarins í heild. Það kann á hinn bóginn vel að vera að í því efni skakki ekki miklu. Séu neysluföllin t.d. línuleg í tekjum, en um það eru margar vísbendingar,<sup>21</sup> er margfaldarinn fasti og meðaláhrifin eru jöfn jaðaráhrifum. Annars má svo sem skoða  $y/\phi = dy/d\phi$  sem fyrstu gráðu Taylor-nálgun að hinu rétta sambandi.<sup>22</sup>

Svo sem sjá má af jöfnu (4) ræðst stærð grunnmargfaldarans annars vegar af jaðarneysluhneigðunum tveimur, þ.e.  $C_1'$  og  $C_2'$ , og hins vegar af hlutdeild fjármagns í virðisaukanum í grunnatvinnuveginum,  $\alpha$ . Margfaldarinn er nokkuð flókið fall af þessum stærðum, en með því að gefa sér fáeinir eðlilegar forsendur má sýna að hann tekur gildi sem liggur á bilinu  $[1, \infty]$ . Þessar forsendur eru: i)  $\alpha \leq 1$ ; ii)  $C_2' \geq 0$ ; og iii)  $1 > C_1' \geq C_2'$ . Fyrsta forsendan felur í sér að hlutur fjármagns í virðisaukanum í grunnatvinnuveginum getur í hæsta lagi orðið 100%. Önnur forsendan felur í sér að jaðarneysluhneigð almennra neytenda af heimavöru er stærri en núll. Samkvæmt þriðju forsendunni er jaðarneysluhneigð bæði almennra neytenda og fjármagnseigenda í grunnatvinnuveginum minni en 1, en jaðarneysluhneigð almennra neytenda af heimavöru er ekki minni en fjármagnseigenda. Það er fyrst og fremst þessi síðasta forsenda,  $C_1' \geq C_2'$ , sem unnt er að draga

20 Frey (1989).

21 Sjá t.d. Hendry (1974).

22 Munið að  $Y(0) = 0$ .

í efa. Hún helgast af þeirri hugsun að fjármagnseigendur í auðlindagreininni séu landfræðilega óbundnari en hinir og því líklegri að beina eftirspurn sinni út fyrir svæðið.

Sé jaðarneyslunheigð fjármagnseigenda af heimavörum ( $C_2'$ ) jöfn núlli og öll auðlindarentan rennur fjármagnseigendum í skaut ( $\alpha = 1$ ), er auðvelt að sjá að grunnmargfaldarinn tekur gildið 1, þ.e. lægsta mögulega gildi samkvæmt ofangreindum forsendum. Heildarframleiðsla svæðisins eykst þá aðeins um sem nemur þeim virðisauka er verður til við notkun á náttúruauðlindinni. Þetta er dæmið um hinn erlenda auðlindaeginganda, sem minnir e.t.v. dálítið á íslenskt efnahagslíf á tímum einokunarverslunar.

Ef fjármagnseigendur fá á hinn bóginn ekkert af auðlindaarðinum ( $\alpha=0$ ) eða jaðarneyslunheigð beggja hópa er jöfn ( $C_1' = C_2'$ ) verður grunnmargfaldarinn jafn hinum venjulega keynesíska margfaldara,  $dy/d\phi = 1/(1-C_1')$ .

Að því gefnu að jaðarneyslunheigð fjármagnseigenda sé minni en neyslunheigð annarra ( $C_1' > C_2'$ ) mun almennt gilda að margfaldarinn verður því hærri sem hærra hlutfall auðlindaarðsins fellur öðrum en fjármagnseigendum í skaut. Að sama skapi verður margfaldarinn því lægri sem hlutur fjármagnseigenda í auðlindaarðinum er hærri. Þessi niðurstaða snýst auðvitað við ef  $C_1' < C_2'$ .

EKKI er ósennilegt að hluti þeirra afurða sem unnar eru úr náttúruauðlindinni sé fluttur út (þ.e. af svæðinu). Látum  $\beta$  tákna hlutfallið milli virðisauka í grunnatvinnuveginum og útflutningsverðmætis afurða hans, þ.e.  $\beta = \phi/e$ . Þá er svokallaður útflutningsmargfaldari:

$$(5) \quad \frac{dy}{de} = \beta \cdot \left( \frac{dy}{d\phi} \right).$$

Sé t.d.  $\beta=0,5$  verður útflutningsmargfaldarinn helmingi minni en grunnmargfaldarinn.

Gagnlegt er að hafa mælikvarða á teygni landsframleiðslunnar með tilliti til virðisaukans í grunnatvinnuveginum. Þessi teygni er samkvæmt skýrgreiningu:

$$(6) \quad E(y, \phi) \equiv \frac{dy}{d\phi} \cdot \frac{\phi}{y}.$$

Sé t.d. grunnmargfaldarinn 3 og bein hlutdeild grunnatvinnuvegarins í landsframleiðslunni 0,1 er  $E(y, \phi) = 0,3$ . Samkvæmt því mun eins prósentustigs aukning í grunngreininni hafa í för með sér að landsframleiðsla eykst um 0,3%.

Hrávörukenningin og kenningin um útflutningsgrunn, sem raktar hafa verið hér að framan, snúast að verulegu leyti um það að sýna að tilteknir atvinnuvegir hafi mikil bak- og framtengsl (e. *backward and forward linkages*) og því sterk margföldunaráhrif í hagkerfinu.<sup>23</sup> Á þessum grundvelli hafa menn reynt að bera kennsl á lykilatvinnuvegi hagkerfisins með því að grafast sem dýpst fyrir um þessi bak- og framtengsl t.d. með aðfanga- og afurðagreiningu.<sup>24</sup>

Kenning um grunnatvinnuvegi útilokar í sjálfu sér ekki þessa nálgun, en hún sýnir að hún er of takmörkuð og getur því hæglega verið unnin fyrir gýg. Atvinnuvegur getur hæglega verið grunnatvinnuvegur þótt hann hafi ekki nein umtalsverð baktengsl eða framtengsl, ef neyslutengsl hans eru nægjanlega sterk. Svo að haldið sé áfram með oliuvinnsludæmið hér að framan má ímynda sér að eina starfsemin sé fölginn í því að dæla oliu úr jörðu og síðan eftir stórri olíuleiðslu til útlanda, en olían sé ekkert unnin frekar á svæðinu. Framtengsl eru því engin. Með líkum hætti má ímynda sér að öll aðföng nema vinnuafl sem notuð eru við oliuvinnsluna séu flutt inn, en í því felst að baktengsl eru einnig óveruleg. Aftur á móti er gert ráð fyrir að þeim tekjum sem falla almenningi og fjármagnseigendum í skaut sé að verulegu leyti eytt í vörur og þjónustu sem framleidd er á svæðinu. Neyslutengslin verða þá sterk, og það er í gegnum þau tengsl sem þessi tiltekni grunnatvinnuvegur hefur áhrif á allt hagkerfið.

#### 4. Tölfræðileg aðferðafræði

Megintilgangur þessarar rannsóknar er að kanna samband sjávarútvegs og landsframleiðslu. Ætlunin er að kanna bæði skammtíma- og langtímaáhrif sjávarútvegs á þjóðarþúið. Á undanförunum tveimur áratugum hafa svonefnd villuleiðréttingarlíkön (e. *error correction models*) sem kennd eru við

23 Sjá t.d. Richardson (1977).

24 Sbr. Hazari (1970).

Engle og Granger (1987) náð mikilli útbreiðslu. Meðal annarra kosta gefa þessi líkön færi á þeirri aðgreiningu í skammtíma- og langtímaáhrif sem við höfum áhuga á.

Líkanið sem greining okkar grundvallast á er skilgreint á eftirfarandi hátt:

$$(7) \quad \Delta y_t = \sum_{i=0}^k \beta_i \Delta f_{t-i} + \sum_{i=0}^k \delta_i \Delta k_{t-i} + \sum_{i=0}^k \gamma_i \Delta l_{t-i} + \lambda \mu_{t-1} + \varepsilon_t$$

Hér tákna  $y$ ,  $f$ ,  $k$  og  $l$  lógaritma af VLF, framleiðslu sjávarafurða, fjármagnsstofni og vinnuafli.  $t$  vísar til tímabila, hér ára, og  $\Delta$  er mismunagjörvinn þannig að  $\Delta y_t$  táknar hagvöxt, þ.e.  $\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$ . Breytan  $\mu$  er svokallaður villuleiðréttingarliður (e. *error correction term*) sem gegnir lykilhlutverki í villuleiðréttingarlíkönunum.  $\beta$ ,  $\delta$ ,  $\gamma$  og  $\lambda$  eru stuðlar og  $\varepsilon$  hvítur hávaði.

Villuleiðréttingarliðurinn á tímabili  $t$  er skilgreindur sem:

$$(8) \quad \mu_t = y_t - (\alpha_1 f_t + \alpha_2 k_t + \alpha_3 l_t).$$

Hér er hvorki gert ráð fyrir fasta né leitni í villuleiðréttingarliðnum né líkaninu í jöfnu (7) en kannna má með tölfraðilegum aðferðum hvort rétt sé að hafa slíka liði með.

Sé vissum skilyrðum fullnægt má skoða  $\mu_t$  sem frávik frá jafnvægisssambengi breytanna á hægri hlið (8). Það jafnvægisssambengi má rita sem hér segir:

$$(9) \quad y_t = \alpha_1 f_t + \alpha_2 k_t + \alpha_3 l_t.$$

Til þess að sambandið sem lýst er í jöfnu (9) geti verið til staðar er nauðsynlegt að allar fjórar breyturnar –  $y$ ,  $f$ ,  $k$  og  $l$  – séu þáttaðar af sömu gráðu (e. *integrated of the same order*). Það þýðir að villuleiðréttingarliðurinn í jöfnu (8), þ.e.  $\mu_t$ , sé sístæður (e. *stationary*). Sé málum þannig háttáð má segja að breyturnar fjórar séu samþátta (e. *cointegrated*). Ýmsar tölfraðilegar aðferðir eru notaðar til að sannreyna hvort samþáttun sé fyrir hendi og hvort um fleiri en eitt samþáttasamband geti verið að ræða.

Sé um samþáttun að ræða má túlka jöfnu (9) sem eins konar langtímaframleiðslufall, þar sem landsframleiðsla ( $y$ ) er talin vera fall af framleiðslu

sjávarafurða, fjármagni og vinnuafli. Þar sem allar breyturnar eru á lógaritmaformi má líta á stuðulinn  $\alpha_1$  sem teygni landsframleiðslu með tilliti til sjávarútvegs þegar til lengri tíma er litið.

Jafna (7) lýsir sambandi landsframleiðslu, sjávarútvegs, fjármagns og vinnuafis til bæði skamms og langs tíma litið. Jafnan felur í sér að hagvöxt megi rekja til breytinga í framleiðslu sjávarafurða ( $\Delta f$ ), breytinga á fjármagnsstofni, þ.e. fjárfestingar, ( $\Delta k$ ) og breytinga á vinnuafli ( $\Delta l$ ) auk fráviks landsframleiðslunnar frá langtíma jafnvægi,  $\mu_{t-1}$ . Skammtímaáhrifin ákvarðast af breytingum í sjávarútvegsframleiðslu, fjármagnsstofni og vinnuafli á sama tímabili sem og undangengnum tímabilum og viðkomandi stuðlum  $\beta$ ,  $\delta$ ,  $\gamma$  og  $\lambda$ .

Langtímaáhrifin má aftur á móti ráða af villuleiðréttingarliðnum  $\mu_{t-1}$  og stuðlinum við hann, þ.e.  $\lambda$ . Jafnvel þótt engar breytingar hafi átt sér stað í sjávarvöruframleiðslu og notkun fjármagns og vinnuafis um langt skeið getur landsframleiðslan engu að síður verið að breytast vegna þess að villuleiðréttingarliðurinn,  $\mu$ , er ekki núll; með öðrum orðum hefur landsframleiðslan ekki náð jafnvægi. Eins og jöfnur (8) og (9) sýna er  $\mu_{t-1} = 0$  í jafnvægi. Jafnvægi hefur á hinn bóginn ekki verið náð ef  $\mu_{t-1} \neq 0$ . Stuðullinn  $\lambda$  gefur til kynna hver stöðugleiki framleiðslujafnvægis er og hversu hratt það næst á nýjan leik hafi því verið raskað. Skilyrði fyrir stöðugleika er að  $\lambda \in ]-2, 0[$ . Sé  $\lambda = -1$ , næst framleiðslujafnvægi á einu tímabili óháð því hversu mikið frávik er. Taki  $\lambda$  gildi sem er nálægt  $-1$  verður aðlögun að jafnvægi tiltölulega hröð en hæg ef  $\lambda$  er í námunda við  $0$  eða  $-2$ . Ef  $\lambda < -1$  er ferill landsframleiðslunnar utan jafnvægis sveiflukenndur, en er það ekki ef  $\lambda > -1$ .<sup>25</sup>

Engle og Granger (1987) þróðu þriggja þrepa aðferð til að meta villuleiðréttingarlíkön af því tagi sem hér um ræðir. Fyrst skal kannna af hvaða gráðu viðkomandi breytur eru þáttaðar (ef þær eru á annað borð samþátta). Í næsta skrefi eru langtímasambönd á borð við það sem gefið er í jöfnu (9) metin með venjulegri aðferð minnstu kvaðrata

25 Til frekari skýringar má nefna að helmingunartímann, þ.e. þann tíma sem það tekur að fara hálf leiðina að nýju jafnvægi, má reikna út frá eftirfarandi jöfnu:  $t = \frac{\ln(0,5)}{|\lambda + 1|}$ ,  $\lambda \in ]-2, 0[$

(e. *ordinary least squares*; *OLS*) og kannað hvort afgangslíðir viðkomandi sambands,  $\hat{\mu}_t$  séu sístæðir ( $I(0)$ ). Þetta er unnt að gera áhyggjulaust því að séu stærðirnar í (9) á annað borð samþátta (þ.e.  $\hat{\mu}_t$  sístæð tímaröð), er OLS samkvæm (e. *consistent*) eða öllu heldur ofursamkvæm (e. *superconsistent*) matsaðferð.<sup>26</sup> Í þriðja og síðasta skrefinu er villuleiðréttingarlíkanið metið. Við það mat má líta á stærðina  $\hat{\mu}_{t-1}$  sem hjálparbreytu fyrir samþættu breyturnar í langtímasambandinu sem hér er skilgreint sem  $y_{t-1} - (\alpha_1 f_{t-1} + \alpha_2 k_{t-1} + \alpha_3 l_{t-1})$ .

Engle-Granger aðferðin er auðveld í framkvæmd. Henni má þó ekki beita hugsunarlaust. Í jöfnu (9) er lítið á VLF sem fall af þremur stærðum: sjávarvöruframleiðslu, fjármagni og vinnuafli. En það er ekkert í jöfnu (8) sem gefur til kynna að það sé endilega hin rétta túlkun. Á grundvelli jöfnu (8) væri alveg eins unnt að setja fram samband þar sem vinnuafli væri látið vera fall af VLF, fjármagni og sjávarvöruframleiðslu o.s.frv. Til að skera úr um hvaða breytu á að skoða sem háða breytu í samhenginu er því nauðsynlegt að leita frekari upplýsinga, t.d. úr hagfræðikenningum. Annar vandi er sá að séu þrjár eða fleiri breytur í jöfnukerfinu er hugsanlegt að til staðar séu fleiri en eitt samþáttasamband. Sé svo vaknar spurning um hvernig túlka eigi þau og hvert þeirra ætti að taka fram yfir annað. Því er það að þótt rannsakandinn kunni að telja líklegast að einungis eitt slíkt samband sé til staðar, getur verið varhugavert að ganga út frá að svo sé án þess að kanna málið frekar.

Sú leið sem oftast er farin til að bregðast við þessum vanda er að nota aðferðafræði Johansens (1988, 1990, 1995). Í henni felst að í stað þess að nota eina jöfnu á borð við (7) til að varpa ljósi á eðli sambandsins á milli viðkomandi breyta, er villuleiðréttingarjafnan, þ.e. (8) hér að ofan, sett fram sem margvitt sjálf fylgniferli (e. *vector autoregressions*; *VAR*). Slíkt ferli má rita sem:

$$(10) \quad \Delta y_t = \beta + \sum_{i=1}^{p-1} \Gamma_i \cdot \Delta y_{t-i} + \Pi \cdot y_{t-1} + e_t$$

þar sem  $y$  er  $(n \times 1)$ -vektor breyta, sem í okkar tilfelli inniheldur  $y$ ,  $f$ ,  $k$  og  $l$ ,  $\beta$  er vektor fasta og annarra forákvarðaðra stærða svo sem gervibreya,

$\Gamma_i$  og  $\Pi$   $(n \times n)$ -fylki óþekktra stuðla og  $e$  vektor afgangslíða sem hafa vongildi 0 og dreififylkið (e. *variance-covariance matrix*)  $\Sigma$ , þ.e.  $e_t \sim (0, \Sigma)$ .

Aðferðafræði Johansens felst í því að nota aðferð hámarkslíkinda við fullar upplýsingar (e. *full-information maximum likelihood*; *FIML*) til að meta rúmið sem samþættingarvektorarnir spanna, en sú aðferð tekur einnig til allra fyrirbyggjandi upplýsinga um sístæðni þeirra tímaráða sem athuginin nær til hverju sinni. Tilgátan um samþættingu er þá sett fram sem tilgáta um hversu háa raðtölu (e. *rank*)  $\Pi$ -fylkið hafi. Johansen hefur leitt út tvenns konar próf sem nota má til að kanna raðtölu  $\Pi$ -fylkisins; eigingildipróf (e. *trace test*) og raðtöluþróf (e. *rank test*). Gefi prófin til kynna að eitt eða fleiri langtímaþafnvægi fyrirfinnist er  $\Pi$ -fylkið ekki með fulla raðtölu og það má þá umrita sem  $AB^T$  þar sem  $A$  og  $B$  eru hvort um sig  $(n \times r)$ -fylki með raðtöluna  $r < n$  þar sem  $r$  er fjöldi samþættingarvektora. Fylkið  $A$  sýnir hversu hratt aðlögun að langtímaþafnvægi á sér stað, en fylkið  $B$  er aftur á móti fylki stuðla og  $B^T y_{t-1}$  sýnir því þau langtímasambönd sem samþættingarvektorarnir spanna. Fyrsta stakið í  $A$  samsvarar því  $\lambda$  í villuleiðréttingarlíkaniinu í jöfnu (7) þar sem aðeins er gert ráð fyrir einum samþættingarvektor. Ef raðtala  $\Pi$ -fylkisins er jöfn núlli eru engir samþættingarvektorar til staðar og ef raðtala fylkisins er full, þ.e.  $r = n$ , eru allar breyturnar sístæðar.

Í því tilviki þar sem aðferðafræði Johansens bendir til að aðeins eitt samþáttasamband sé til staðar má halda áfram þar sem frá var horfið og nota afgangslíð þess sambands sem villuleiðréttingarlið í jöfnu á borð við (7). Ef aðferðin gefur aftur á móti til kynna tilvist fleiri en eins samþáttasambands er ekki hægt að nota einnar jöfnu Engle-Granger aðferð heldur verður að nota margvitt villuleiðréttingarlíkön (e. *vector error correction*; *VEC*).

## 5. Gögn

Líkan okkar af þróun landsframleiðslu (sjá líkingu (7)) inniheldur fjórar breytur; verga landsframleiðslu (VLF), virði sjávarvöruframleiðslu, fjármuni og vinnuafli.

Samfelldar tímaráðir fyrir þessar breytur liggja fyrir frá árinu 1963. Gögnin um VLF og fjármagnsstofn eru tekin af vef Hagstofu Íslands og gögnin

26 Stock (1987) og Engle and Granger (1991).



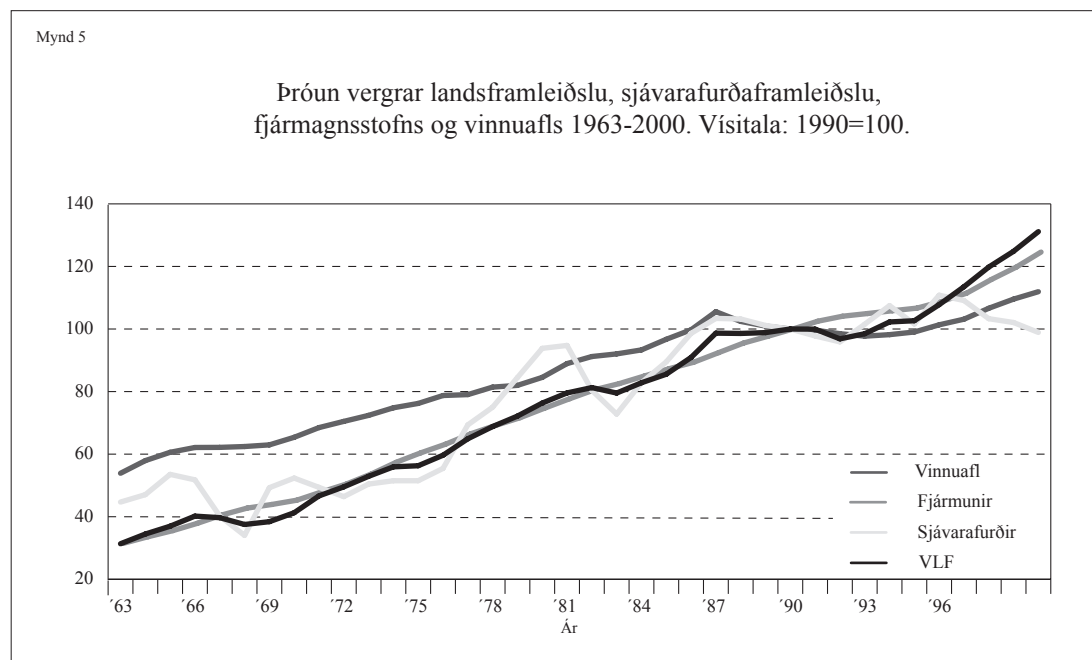
um sjávarvöruframleiðslu og vinnuafli af vef Þjóðhagsstofnunar.<sup>27</sup> Allar verðmætisraðir eru á föstu verðlagi ársins 1990, en vinnuafli er mælt í ársverkum. Yfirlit yfir gögnin er að finna í töflu 1 og myndræna framsetningu á mynd 5.

Allar þær fjórar tímaraðir sem hér eru notaðar sýna ótvíræð merki þess að vera ekki sístæðar. Svo sem sjá má af mynd 5 hefur gildi sérhverrar breytu farið hækkandi með tímanum, en þó má merkja að á síðustu tveimur áratugum tímabilsins hefur þróun þeirra verið nokkuð ólík. Fjármagnsstofni er eina breytan sem hefur vaxið nær samfelld allt tímabilið 1963-2000, en efnahagssamdrátturinn upp úr 1990 kemur bæði fram í minni landsframleiðslu og því að færri láta til sín taka á vinnumarkaði. Sjávarvöruframleiðslan dróst saman á kreppuárunum á sjöunda áratugnum, féll lítillega á árunum 1971-1972 og tók svo dýfu 1982-1983. Síðasta áratuginn hefur hún sveiflast verulega. Við lok aldarinnar hafði magnvísitala sjávarafurða nær sama gildi og 1986.

Tafla 1

Lýsing á gögnum: VLF, sjávarvöruframleiðsla og fjármagnsstofni eru mæld í milljörðum kr. á verðlagi 1990. Vinnuafli er í þúsundum ársverka. Tímabilið er 1963-2000.

	Lág- mark	Há- mark	Meðal- tal	Staðal- frávik
Árleg gildi:				
VLF	114,5	478,7	278,2	104,8
Sjávarvöruframleiðsla	25,6	83,3	58,5	18,6
Fjármagnsstofni	363,8	1439,9	887,7	320,9
Vinnuafli	67,3	139,8	106,9	21,1
Log breytingar:				
VLF	-0,056	0,123	0,039	0,038
Sjávarvöruframleiðsla	-0,253	0,370	0,021	0,110
Fjármagnsstofni	0,008	0,069	0,037	0,017
Vinnuafli	-0,030	0,072	0,020	0,021



27 Gögn um VLF eru tekin úr töflunni Yfirlit landsframleiðslu og þjóðartekna 1945-2004 og gögn um fjármunaæign úr töflunni Yfirlit yfir fjármunaæign og afskriftir hennar 1945-2005 sem er að finna á vef Hagstofunnar, [www.hagstofa.is](http://www.hagstofa.is).

Upplýsingar um sjávarvöruframleiðslu eru teknar úr töflum 4.5 og 4.6 og um vinnuafli úr töflu 5.2 á vef Þjóðhagsstofnunar, [www.ths.is](http://www.ths.is), Sögulegt yfirlit hagtalna 1945-2000.

## 6. Tölfræðileg greining

Aðferð Johansens var nýtt til að grafast fyrir um tilveru samþættingarvektora fyrir breyturnar fjórar, sem og að kanna núlltilgátuna hvort breyturnar væru sjálfar  $I(0)$ . Sem fyrr er rakið er tilvera samþættingarvektora, þ.e. línulegrar samantektar þessara breytna sem er  $I(0)$ , nauðsynleg forsenda fyrir því að til sé jafnvægissamband milli breytanna fjögurra. Með hliðsjón af AIC-gildum og marktækni tafinna gilda var ákveðið að hafa tvær tímatafir í VAR-líkaninu sem notast er við í aðferð Johansens.<sup>28</sup> Miklu máli skiptir þegar þessari aðferðafræði er beitt hvort fastar eða leitnibreytur eru hafðar með í líkaninu og hvort gert er ráð fyrir þessum liðum í samþættingarvektorum og/eða öðrum hlutum VAR-líkansins. Greint er á milli fimm tegunda líkana í þessu sambandi (Johansen 1994, 1995). Samtímis því sem kannað er með eigingildis- og raðtöluprófum hversu margir samþættingarvektorar eru til staðar er því unnt að kanna hvaða framsetning fallsambanda sé heppilegust.<sup>29</sup>

Tölfræðipróf gáfu til kynna að einn vektor væri til staðar og að rétt væri að gera ráð fyrir að línuleg leitni væri í upphaflegu gögnumum og að línuleg leitni og fasti væru til staðar í samþættingarvektorunum.<sup>30</sup> Af mynd 5 hér að framan má glögglega ráða að sterk leitni er til staðar í öllum breytunum fjórum þannig að þessar niðurstöður ríma vel við þann veruleika sem þar birtist.

Samtímis var aðferð Johansens notuð til að kanna réttmæti núlltilgátunnar að breyturnar væru sístæðar og eru niðurstöður þessa sýndar í töflu 3.

Núlltilgátunni um að breyturnar séu sístæðar af núlltu gráðu,  $I(0)$ , er ætíð hafnað og því er hér á eftir gengið út frá að þær séu sístæður þegar búið er að taka fyrsta mismun, þ.e.  $I(1)$ .

Samkvæmt eigingildisprófi Johansens er tilgátunni um engan samþættingarvektor hafnað, en

Tafla 2

Mismunandi líkön sem notuð voru við próf á samþættingarvektorum.

Líkan	Eigingildispróf
Engin leitni í gögnum og enginn fasti í samþættingarvektor	38,10*
Engin leitni í gögnum en fasti í samþættingarvektor	53,04*
Línuleg leitni í gögnum og fasti í samþættingarvektor	45,76*
Línuleg leitni í gögnum og línuleg leitni og fasti í samþættingarvektor	55,97

\* Marktækt við 10% mörk. Ekki reyndist þörf á að sannreyna hvort fimmta líkanið væri heppileg framsetning en þá er gert ráð fyrir annarrar gráðu leitni í gögnum en línulegri leitni og fasti í samþættingarvektor.

ekki er hægt að hafna tilgátunni um í mesta lagi einn slíkan vektor. Þetta eina samþættingarsamband<sup>31</sup> ásamt stuðlamati reyndist vera sem hér segir:

$$(11) \quad y = \begin{pmatrix} 0,2773 \\ 0,0221 \end{pmatrix} f + \begin{pmatrix} 0,6288 \\ 0,0648 \end{pmatrix} k + \begin{pmatrix} 0,3397 \\ 0,0923 \end{pmatrix} l + 0,0035 t + \mu$$

þar sem  $t$  táknar leitni,  $\mu$  táknar leifalið og sviga-stærðirnar staðalfrávik stuðlamatsins.

Með því að (11) er fallshengi milli samþáttaðra breytna er matið ofursamkvæmt.<sup>32</sup> Allir stuðlarnir í jöfnu (11) eru vel marktækir frá núlli. Fallið má túlka sem jafnvægissambandi landsframleiðslunnar og útskýringarbreytnanna. Sé þetta jafnvægi stöðugt, má einnig líta á það sem sambengi þessara breytna þegar til lengri tíma er litið.

Svipaðar niðurstöður fengust með því að hafa þrjár tímatafir í VAR-líkaninu, utan hvað þá reyndust tveir vektorar spanna sístæðnirúmið. Annan þeirra var sem fyrr hægt að túlka sem langtímaframleiðslufall og tóku þá stuðlarnir svipuð gildi og í (11). Þá voru niðurstöður einnig áþekkar þegar leitni var sleppt.

Við drögum þá ályktun af þessum æfingum að tilvera samþættingarvektors og matið á stuðlum

28 Þetta er algeng leið til að meta tafalengd í VAR-líkönunum þótt fleiri séu vitaskuld til. Sjá Cheung og Lai (1993).

29 Hér eru eingöngu notuð eigingildispróf.

30 Núlltilgátan er ætíð sú að enginn samþættingarvektor sé til staðar og var henni hafnað í fyrstu þremur líkönunum, en ekki í því fjórða. Tilgátunni um að í mesta lagi einn vektor væri til staðar var aftur á móti ekki hafnað í fyrstu þremur líkönunum.

31 Athugið að með því að við getum ekki hafnað því að það sé í mesta lagi einn samþættingarvektor er óþarfi að gera ráð fyrir fleirum.

32 Sjá Engle og Granger (1987).

Tafla 3	
Johansens-próf á sístæðni.	
	Gildi
Án línulegrar leitni:	
VLF	24,719*
Sjávarvöruframleiðsla	19,676*
Fjármagn	24,849*
Vinnuafli	24,683*
Með línulegri leitni:	
VLF	26,877*
Sjávarvöruframleiðsla	26,784*
Fjármagn	26,884*
Vinnuafli	26,916*

Kritiska Kí-kvaðrat-gildið fyrir fjórar frígráður er 9,488 miðað við 5% mörkin. \* Tölfræðilega marktækt við 5% mörkin.

hans séu tiltölulega ónæg fyrir mismunandi útfærslum á VAR-líkaninu sem aðferð Johansens byggist á. Jafnframt verður ekki annað séð en einfaldasta kenningin, þ.e. (11) dugi til að lýsa jafnvægisfengingum milli landsframleiðslu, framleiðslu sjávarafurða, fjármagnsstofns og vinnuafns.

Þar sem breytur (11) eru allar í lógaritimum tákna metnu stuðlarnir teygni landsframleiðslunnar með tilliti til viðkomandi breytna. Stuðullinn við sjávarafurðir ( $f$ ) er 0,28 en í því felst að aukning sjávarvöruframleiðslu um eitt prósentustig muni auka jafnvægislandsframleiðslu um 0,28%. Á samsvarandi hátt má sjá að með því að auka fjármagnsstofn og vinnuafli um eitt prósentustig sé hægt að auka landsframleiðslu um 0,63% og 0,34%. Summa stuðlanna þriggja er 1,25 og óvissubil [0,88;1,61] miðað við 95% öryggi. Summa stuðlanna við fjármagnsstofn og vinnuafli er svo til jöfn einum, eða 0,97. Þessi summa er því ekki heldur marktækt frábrugðin einum. Við getum því ekki hafnað þeirri tilgátu að jöfn skalahagkvæmni hafi ríkt að því er þessar breytur snertir á gagnatímabilinu.

Frá sjónarhorni þessarar ritgerðar er þó aðalatriðið í þessum matsniðurstöðum það að þáttur sjávarútvegs í landsframleiðslu er tölfræðilega marktækur, mælist verulegur og mun stærri en

þjóðhagsreikningar gefa til kynna. Frá 1973 var beint framlag fiskveiða og -vinnslu til þjóðarframleiðslu um 14% að jafnaði samkvæmt þjóðhagsreikningum. Niðurstöðurnar í (11) gefa hins vegar til kynna að heildaráhrif sjávarútvegs, þ.e. bæði bein og óbein áhrif, séu um 28% eða nálægt tvöfalt meiri.<sup>33</sup>

Við höfum nú fært fyrir því tölfræðileg rök að til staðar sé eða a.m.k. hafi verið á gagnatímabilinu langtímasamband á milli landsframleiðslu, framleiðslu sjávarafurða, fjármagnsstofns og vinnuafns. Þetta samband má skoða sem langtíma- eða jafnvægisframleiðslufall. Sá veigamikli þáttur sem sjávarvöruframleiðslan á í þessu falli umfram beint framlag hans til landsframleiðslunnar styður þá kenningu sem lýst var í inngangi þessarar ritgerðar að sjávarútvegurinn kunni að vera grunnatvinnuvegur í hagkerfinu.

Áður en lengra er haldið er rétt að kanna hvort ofangreind niðurstaða kunni að vera einhverjar hillingar í þeim skilningi að flestir eða allir atvinnuvegir hagkerfisins skili tölfræðilega hliðstæðum niðurstöðum. Reynist svo vera, renna hinar tölfræðilegu niðurstöður hér að framan takmörkuðum stöðum undir þá tilgátu að sjávarútvegurinn sé grunnatvinnuvegur, þ.e. skapi landsframleiðslu umfram aðra atvinnuvegi sem ekki geta talist grunnatvinnuvegir.

Til að kanna þennan möguleika var leikurinn nú endurtekinn í þriggja. Fyrst var vöruútflutningur á föstu verðlagi notaður í stað sjávarvöruframleiðslu og síðan útflutningur á vöru og þjónustu á föstu verðlagi. Með þessu er verið að kanna hvort það séu útflutningsatvinnuvegir sem slíkir en ekki sjávarvöruframleiðslan sérstaklega sem hafi skapað landsframleiðsluna. Reynist svo vera, myndi það skýra hinn stóra mælda þátt sjávarvöruframleiðslunnar í líkingu (11), enda var nánast öll sjávarvöruframleiðslan á gagnatímabilinu flutt út og mestur hluti útflutningsins var sjávarvörur. Loks var kannað hvort svipaðar niðurstöður fengjst með því að nota framleiðslu annarra

33 Í þessu sambandi er þó rétt að taka fram að hið tölfræðilega mat byggist á gögnum frá 1963, en gögn um hlutdeild sjávarútvegs í landsframleiðslu samkvæmt þjóðhagsreikningum eru eingöngu til frá árinu 1973.

atvinnuvega hagkerfisins sem mælast álíka stórir í þjóðhagsreikningum og sjávarútvegurinn (veiðar og vinnsla). Í því skyni var notað samanlagt framleiðsluvirði í byggingarstarfsemi og samgöngum.

Líkt og áður var aðferð Johansens beitt til að kanna fjölda samþættingarsambanda á milli fyrirliggjandi breytna. Í fyrstu atrennu beindist athyglin að sambandi vergrar landsframleiðslu, virðis útflutnings, fjármagnsstofns og vinnuafis.

Við fetuðum sömu leið og fyrr og notuðum AIC-mælikvarðann og marktækni tafinna gilda til að ákvarða fjölda tímatafa sem hér reyndust einnig vera tvær. Þegar gert var ráð fyrir leitni í líkaninu gáfu próf til kynna tilveru eins samþættingarvektors sem rita má á eftirfarandi hátt:

$$(12) \quad y = 0,5336 e + 0,2624 k - 0,0660 l + 0,0095 t + \mu$$

(0,0635) (0,1351) (0,1921) (0,0024)

Hér táknar  $e$  vöruútflutning. Þetta samband sker sig á veigamikinn hátt frá jafnvægisambandinu í líkingu (11). Skiptir þar mestu að stuðullinn við vinnuafli er nú neikvæður og þar að auki tölfræðilega ómarktækur frá núlli. Því er vart hægt að líta á þessa jöfnu sem framleiðslusambhengi með sama hætti og jöfnu (11).

Svipað var uppi á teningnum þegar útflutningsverðmæti bæði vöru og þjónustu var notað í stað vöruútflutnings eingöngu. Sem fyrr var líkanið metið með tveimur tímatafnum og með leitni. Próf gáfu til kynna tilvist eins vektors sem rita má á eftirfarandi hátt:

$$(13) \quad y = 2,0721u + 0,4599 k - 2,4349 l - 0,0071 t + \mu$$

(0,3340) (0,4773) (0,7118) (0,0086)

Hér táknar  $u$  útflutning vöru og þjónustu. Stuðullinn við fjármagnsstofn er ómarktækur frá núlli og formerki stuðulsins við vinnuafli er öfugt miðað við það sem mátt hefði vænta. Þetta samband verður því vart heldur túlkað sem langtímaframleiðslufall.

Þessar niðurstöður sýnast okkur athyglisverðar. Fyrirfram hefði mátt ætla að vegna þess hve sjávarvörur voru stórt hlutfall af útflutningi á rannsóknartímabilinu – um 70-80% af vöruútflutningi – myndi aðferðafræði Johansens gefa

svipaðar niðurstöður þótt vöruútflutningur eða útflutningur í heild væri notaður í stað framleiðslu sjávarvara. Svo er þó bersýnilega ekki. Vöruútflutningur, hvort heldur einn og sér eða ásamt útfluttri þjónustu, virðist ekki standa í jafnsterku og auðskýrðu sambandi við landsframleiðslu og framleiðsla sjávarafurða. Nærtækt er að túlka þessar niðurstöður á þann veg að aðrar útflutningsgreinar séu ekki grunnatvinnuvegir á Íslandi, a.m.k. ekki í sama mæli og sjávarútvegurinn.

En hvað með aðra geira hagkerfisins? Er jafnvægisambandið í (12) einstakt eða má finna samsvarandi sambönd með því að nota framleiðslu annarra greina í stað sjávarvöruframleiðslunnar? Rétt er að taka það fram að þótt svo reyndist vera, útilokar það ekki að sjávarútvegur sé grunnatvinnuvegur. Það gefur aðeins til kynna að grunnatvinnuvegir kunni að vera fleiri. Komi á hinn bóginn í ljós að flestir meiri háttar atvinnuvegir geti leikið svipað tölfræðilegt hlutverk og sjávarútvegurinn í líkingu (11), er grafið undan því að túlka matsniðurstöðurnar í (11) og aðdraganda þeirra svo að þær skjóti tölfræðilegum stöðum undir þá kenningu að sjávarútvegurinn sé grunnatvinnuvegur. Til að kanna þetta völdum við atvinnugreinar sem mælast álíka mikilvægar og sjávarútvegur, hvort heldur litið er til hlutar í VLF eða hlutfalls í heildarmannafla þjóðarinnar. Fyrir valinu urðu byggingarstarfsemi og samgöngur en þessar tvær greinar eru til samans álíka mikilvægar og sjávarútvegur. Þar sem gögn liggja ekki fyrir um framlag þessara geira til landsframleiðslu fyrir árið 1973 er gagnatímabilið nú styttra en í fyrri greiningum.

Til að gæta fyllsta samræmis var líkanið metið með tveimur tímatafnum og leitni í samþáttarúminu. Próf gáfu nú til kynna að þrjú langtímasambönd væru til staðar. Hið fyrsta má rita á eftirfarandi hátt:<sup>34</sup>

$$(14) \quad y = -1,1959 bs + 2,1541 k + 0,4126 l$$

(0,1821) (0,2701) (0,2332)

$$+ 0,0049 t + \mu$$

(0,0067)

34 Fyrsti vektorinn sýnir samband allra fjögurra breytna en hinir tveir samband á milli þriggja eða færri breytna.

Hér tákna  $bs$  framleiðsluvirði í byggingargeiranum og samgöngum. Stuðullinn við þessa breytu hefur rangt formerki. Sú niðurstaða gefur ekki til kynna að unnt sé að líta á þessa atvinnuvegi sem grunnatvinnuvegi. Þá er stuðullinn við fjármagnið ( $k$ ) óeðlilega hár. Þegar á þetta hvort tveggja er litið er ekki hægt að túlka sambandið sem langtímaframleiðslufall.

Af framangreindu verður ekki annað ráðið en að það langtímasamband sem virðist til staðar á milli landsframleiðslu, sjávarútvegs, fjármagns og vinnuafls og lýst er í jöfnu (11) renni veigamiklum stöðum undir þá tilgátu að sjávarútvegur hafi verið grunnatvinnuvegur á Íslandi á gagnatímabilinu. Stuðlamatið í þessu sambandi gefur jafnframt til kynna að sjávarútvegur sé forsenda miklu stærri hluta landsframleiðslunnar en nemur beinu framlagi sjávarútvegs til landsframleiðslu samkvæmt þjóðhagsreikningum. Þrátt fyrir minnkandi vægi í landsframleiðslu á undanförmum árum verður jafnframt ekki annað séð en að sjávarútvegur sé enn grunnatvinnuvegur í íslensku hagkerfi. Vissulega getur verið að hægt verði að sýna fram á að aðrir atvinnuvegir séu einnig grunnatvinnuvegir. Teljum við raunar afar líklegt að svo sé. Framangreindar athuganir benda þó ekki til þess að aðrir útflutningsatvinnuvegir eða byggingarstarfsemi og samgöngur séu í hópi grunnatvinnuvega.

Svo sem bent var á hér að framan hefur Granger (1969) og þeir Engle og Granger (1987) sýnt fram á að þegar um samþættingarvektor er að ræða sé ávallt unnt að lýsa viðkomandi ferli með villuleiðréttingarlíkani á borð við (7) (e. *Granger representation theorem*). Á þessum grundvelli máttum við villuleiðréttingarlíkan fyrir vöxt landsframleiðslunnar. Líkanið var fyrst metið með fjórum tímátöfum af sérhverri breytu (sjávarvöruframleiðslu, fjármagnsstofni og vinnuafl), en LR-próf síðan notuð til að fækka breytum og einfalda líkanið.<sup>35</sup> Niðurstöður á hinu endanlega einfaldaða líkani eru sýndar í töflu 4.<sup>36</sup>

35 Reiknað gildi LR-prófsins var 7,962. Prófið er kí-kvaðrat dreift með sjö frígráðum og töflugildi miðað við 5% mörkin er 14,067.

36 Til að spara frígráður voru stuðlarnir við sjávarvöruframleiðslu metnir með Almon-tímátöfum þar sem gengið var út frá þriðju gráðu margliðu.

Eins og lýst er í töflu 4, er niðurstaða matsins að hlutfallslegar breytingar í landsframleiðslu ráðist af breytingum í sjávarvöruframleiðslu, fjármunum og vinnuaflsnotkun auk fráviks frá langtíma jafnvægi. Áhrif breytinga í sjávarvöruframleiðslu koma fram á sama og næstu fjórum árum. Summa stuðlanna við sjávarvöruframleiðslu er 0,21 og staðalfrávik 0,06 þannig að þeir eru samtals vel marktækir.<sup>37</sup> Breytingar á fjármagnsstofni koma fram á sama ári og árið eftir, en á vinnuafl hins vegar einungis fram á sama ári. Í stórum dráttum má segja að þessi tímateguð áhrif óháðu breytnanna séu í samræmi við það sem búast hefði mátt við þótt tafahalinn í áhrifum breytinga í sjávarvöruframleiðslu sé e.t.v. ívið lengri en sumir hefðu vænst. Stuðullinn við tafða villuleiðréttingarlíðinn er neikvæður, sem gefur til kynna stöðugleika, og marktækur við 10% mörkin. Samkvæmt þessu stuðlamati er helmingartími fráviks frá jafnvægi um 6,3 ár (sbr. neðanmálgrein 23). Mikilvægt er að átta sig á því að áhrif þessarar jafnvægisleitar halda áfram eftir að áhrif breytinga í ytri stærðum hafa dáið út.

Miðað við að hér er verið að útskýra hagvöxt er útskýringarmáttur jöfnunnar viðunandi. Mynd 6 lýsir því hveru vel hin metna jafna líkir eftir hagsveiflum árána 1968-2000. Eins og sjá má er þessi fylgni allgóð þótt nokkur frávik verði í vissum árum. Þannig virðist sem frávik hafi heldur vaxið síðustu ár 20. aldar. Til að kanna hvort einhverjar grundvallarbreytingar hafi átt sér stað á tímabilinu var fyrst kannað með Chow-prófum hvort breytingar hefðu átt sér stað á gildi stuðla í villuleiðréttingarlíkaninu um 1990. Engar slíkar vísbendingar komu fram. Gagnatímabilið var þá stýtt til 1995 og kannað hvort svipað langtímasamband kæmi fram á milli VLF, sjávarútvegsframleiðslu, fjármuna og vinnuafls og þegar allt gagnatímabilið var haft undir. Í ljós kom að svo var. Hins vegar reyndist framlag sjávarútvegs til landsframleiðslunnar nú ívið herra en áður, þótt munurinn væri ekki marktækur. Á grundvelli

37 Núlltilgátunni um að allir stuðlarnir við tafða sjávarvöruframleiðslu væru jafnir núlli var einnig hafnað með F-prófi. Reiknaða gildið var 14,66 en tölugildið miðað við 5% mörk og 3 og 25 frígráður er 2,99.

Tafla 4

Mat á villuleiðréttingarlíkani. Tímabilið 1968-2000.  
Háða breytan er vöxtur landsframleiðslu.

Breyta	Stuðull	Staðalfrávik	t-gildi
$\Delta$ Sjávarvöruframleiðsla	0,169	0,024	7,000 <sup>2</sup>
$\Delta$ Sjávarvöruframleiðsla <sub>t-1</sub>	0,039	0,021	1,874 <sup>1</sup>
$\Delta$ Sjávarvöruframleiðsla <sub>t-2</sub>	0,025	0,016	1,588
$\Delta$ Sjávarvöruframleiðsla <sub>t-3</sub>	0,028	0,019	1,511
$\Delta$ Sjávarvöruframleiðsla <sub>t-4</sub>	-0,052	0,023	-2,279 <sup>1</sup>
$\Delta$ Fjármagnsstofn <sub>t</sub>	2,196	0,310	7,087 <sup>2</sup>
$\Delta$ Fjármagnsstofn <sub>t-1</sub>	-1,513	0,271	-5,578 <sup>2</sup>
$\Delta$ Vinnuafli	0,531	0,151	3,512 <sup>2</sup>
Villuleiðréttingarliður <sub>t-1</sub>	-0,107	0,057	-1,872 <sup>1</sup>
R <sup>2</sup>	0,894		
Staðalfrávik jöfnu	0,013		
SSR	0,004		
Log-likelihood	100,280		
F-próf fyrir sjálfþylgni	2,787		
Jarque-Bera-próf fyrir normaldreifingu	2,214		

<sup>1</sup> og <sup>2</sup> tákna marktækni við 10% og 5% mörk.

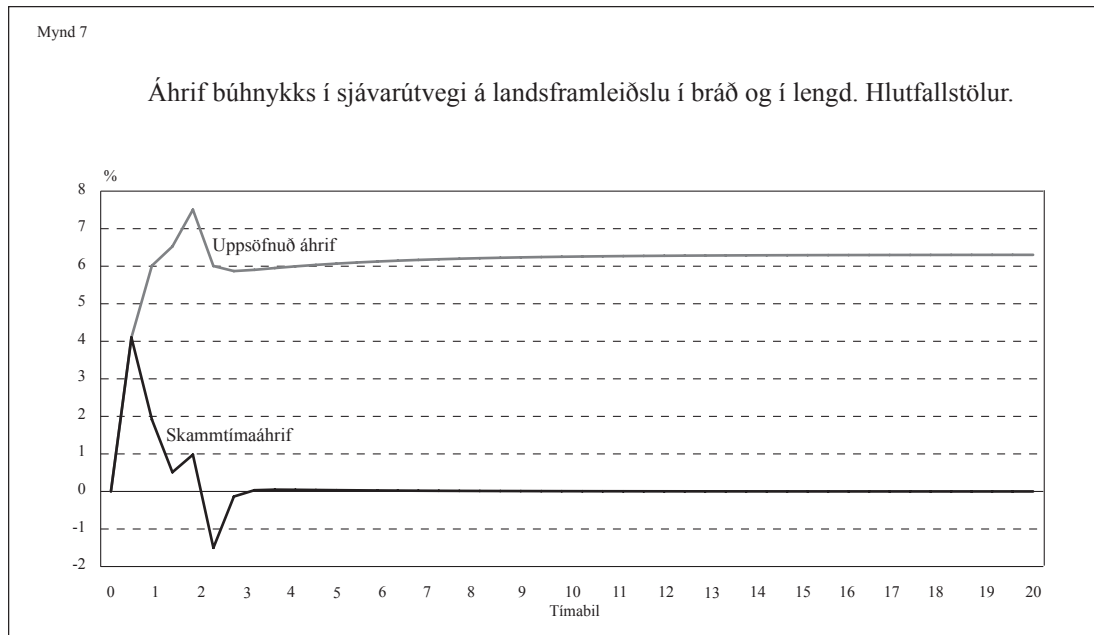
Mynd 6

Samanburður á raunverulegum hagvexti og hagvexti  
samkvæmt metna villuleiðréttingarlíkaninu tímabilið 1968-2000.



Þessara niðurstaðna var nú metið nýtt villuleiðréttingarlíkan og reyndust áhrif breytinga í sjávarútvegi á hagvöxt þá vera heldur meiri en þegar miðað var við tímabilið fram til ársins 2000. Líta má á þessar niðurstöður sem veikar vísbendingar

um að breytingar kunni að hafa orðið á þýðingu sjávarútvegs fyrir íslenskt þjóðarþú á árunum eftir 1995. Um þetta er hins vegar ekki hægt að kveða nánar á fyrr enn ýtarlegri rannsóknir liggja fyrir.



Það kann að varpa frekara ljósi á þessar matsniðurstöður að nota þær til að kanna áhrif breytinga í sjávarvöruframleiðslu á landsframleiðslu, bæði í bráð og lengd. Sem þekkt er hefur þorsstofninn lengi verið í lægð og þorskafla undanfarinna ára einungis verið um þrjú-fimmtu af því sem hann er talinn geta orðið til langframa. Gefum okkur nú að þorsstofninn stækki verulega og að verðmæti íslenskra sjávarafurða aukist um 25% fyrir vikið. Samkvæmt villuleiðréttingarlíkaninu myndi slík breyting, að öllu öðru óbreyttu, leiða til þess að landsframleiðsla yxi þetta sama ár um líðlega 4%, um tæplega 2% árið eftir og síðan óverulega næstu tvö árin þar á eftir. Á fimmta og sjötta ári dregst landsframleiðsla saman þegar þjóðarþúíð leitar að nýju jafnvægi eftir þennan búhnykk og frá og með sjöunda ári eru áhrif búhnykksins nær dái út. Fullt langtíma jafnvægi næst þó ekki fyrr en mörgum árum seinna. Þetta ferli er sýnt á mynd 7 þar sem einnig koma fram uppsöfnuð áhrif búhnykksins á verga landsframleiðslu. Þau áhrif ná hámarki eftir fjögur ár, en þá verður landsframleiðsla u.þ.b. 7,5% meiri en áður en sjávarútvegsframleiðslan tók að vaxa. Þegar skammtímaáhrif búhnykksins hafa að öllu fjarad út verður landsframleiðsla 6,4% hærri

en áður. Samkvæmt þessum matsniðurstöðum mun því fjórðungsaukning á virði sjávarvöruframleiðslu leiða til þess í lengd að landsframleiðsla verður 6,4% meiri en áður.

## 7. Niðurstöður og lokaorð

Þeir sem fjallað hafa um íslenska hagsögu á tuttugustu öldinni hafa almennt litið svo á að sjávarútvegurinn hafi verið aflvaki hinna miklu efnahagsframfara sem þá áttu sér stað. Þessi skoðun jafngildir því að þessir höfundar hafi talið sjávarútveginn vera grunnatvinnuveg á Íslandi á þessum tíma. Lausleg greining á hagsveiflum aldarinnar sem og hlutdeild sjávarútvegsins í útflutningi styður að svo hafi verið. Aðrar hagtölur svo sem vinnuafslnotkun í sjávarútvegi og beint framlag hans til landsframleiðslu samkvæmt þjóðhagsreikningum gera hins vegar mun minna úr þjóðhagslegri þýðingu sjávarútvegsins.

Grunnatvinnuveg má skýgreina sem atvinnuveg sem leggur meira til landsframleiðslunnar en nemur beinu framlagi hans samkvæmt þjóðhagsreikningum (þ.e. í formi virðisauka). Í þessari ritgerð höfum við gert tilraun til þess að meta þetta heildarframlag með viðeigandi tölfræðilegum

aðferðum. Niðurstöður þessara mælinga eru að á gagnatímabilinu, þ.e. árunum 1963-2000, hafi heildarframlag sjávarútvegsins til landsframleiðslunnar verið miklu meira en hið beina framlag samkvæmt þjóðhagsreikningum. Þessar niðurstöður eru í samræmi við hina hefðbundnu söguskoðun og þá tilgátu að sjávarútvegurinn hafi verið og sé jafnvel ennþá grunnatvinnuvegur á Íslandi.

Þá höfum við kannað hvort það samband milli landsframleiðslu og sjávarvöruframleiðslu sem við höfum fundið sé einhvers konar tíbrá, þ.e. hvort aðrir atvinnuvegir geti auðveldlega leikið sama tölfræðilega hlutverkið. Athuganir okkar á þeim möguleika hafa ekki leitt í ljós að svo sé. Það er þó að okkar mati alls ekki fullkannað.

Í gögnum okkar þykjumst við greina þess merki að sambandið milli landsframleiðslu og sjávarvöruframleiðslu hafi veikst síðustu árin. Sé svo í raun kann það að stafa af ýmsu. Fyrsta og nærtækasta skýringin er sú, að frá miðjum níunda áratug tuttugustu aldarinnar hafi orðið mjög litlar breytingar í framleiðslu sjávarvara. Við þær aðstæður er einfaldlega erfitt að greina samhengi á milli landsframleiðslunnar og sjávarvöruframleiðslunnar með tölfræðilegum aðferðum, jafnvel þótt það kunni að vera jafn sterkt og áður.

Önnur og svipmeiri skýring er sú, að á tíunda áratugnum hafi orðið breyting á gerð íslensks efnahagslífs. Aðrir grunnatvinnuvegir hafi stigið fram með nægilega öflugum hætti til þess að gera samband sjávarútvegs og landsframleiðslunnar óskýrara en áður var. Þessi tilgáta virðist vissulega rannsóknar virði.

Hvað sem þessu líður teljum við mikilvægt að halda þessum rannsóknum áfram. Tilvera grunnatvinnuvega og þýðing þeirra hvers um sig fyrir landsframleiðsluna hefur augljóst gildi fyrir stjórn efnahagsmála. Af þessum sökum er m.a. brýnt að grafast fyrir um tilveru annarra grunnatvinnuvega. Við teljum t.a.m. líklegt að orkugeirinn, ferðamennska og e.t.v. landbúnaður muni einnig reynast grunnatvinnuvegir í hagkerfinu. Sérlega áhugavert væri að kanna hvort fjármálastarfsemi gæti reynst grunnatvinnuvegur. Þá er ekki síður mikilvægt að staðsetja þá atvinnuvegi sem ekki eru grunnatvinnuvegir eða hafa sérlega litla þýðingu fyrir landsframleiðsluna. Í þessum rannsóknum öllum eins og raunar í þeirri rannsókn sem við höfum unnið eru gögnin, eða öllu heldur skortur á góðum gögnum, helsta hindrunin í vegi fyrir áreiðanlegum niðurstöðum.



## Heimildaskrá

- Agnarsson, S., og R. Arnason. 2006. The role of the fishing industry in the Icelandic economy. Í T. Bjorndal et al. (ritstj.). *Advances in the Economics of the Fishery: Festschrift in Honour of Professor Gordon Munro*. Blackwell Publishing. Oxford. (Í prentun)
- Cheung, Y. W., og K. S. Lai. 1993. Finite sample sizes of Johansen's likelihood ratio test for cointegration, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 55, 31-328.
- Dickey, D. A., og W. A. Fuller. 1981. Likelihood ratio statistics for autoregressive time series with a unit root, *Econometrica*, 49, 1057-1072.
- Engle, R., og C. W. J. Granger. 1987. Co-integration and error correction: Representation, estimation and testing, *Econometrica*, 50, 987-1006.
- Engle, R. F., og C. W. J. Granger (ritstj.). 1991. *Long-Run Economic Relationships: Readings in Cointegration*. Oxford: Oxford University Press.
- Frey, D. E. 1989. A structural approach to the economic base multiplier, *Land Economics*, 65(4), 352-358.
- Granger, C. W. J. 1969. Investigating causal relations by economic models and cross-spectral methods, *Econometrica*, 37, 24-36.
- Guðmundur Jónsson. 1999. *Hagvöxtur og iðnvæðing: Þróun landsframleiðslu á Íslandi 1870-1945*. Reykjavík: Þjóðhagsstofnun.
- Guðmundur Jónsson. 2002. Hagþróun og hagvöxtur á Íslandi 1914-1960. Í Jónas H. Haralz (ritstj.). *Frá kreppu til viðreisnar. Þættir um hagstjórn á Íslandi á árunum 1930 til 1960*, 9-39. Reykjavík: Hið íslenska bókmenntafélag.
- Guðmundur Jónsson og Magnús S. Magnússon (ritstj.). 1997. *Hagskinna. Sögulegar hagtölur um Ísland*. Reykjavík: Hagstofa Íslands.
- Guðmundur Magnússon og Tór Einarsson. 1985. Hagsvæiflur, gengismál og jöfnunarsjóðir. Í Sigurður Snævarr (ritstj.). *Klemensarbók*, 89-111. Reykjavík: Félag viðskiptafræðinga og hagfræðinga.
- Guðmundur Magnússon og Tór Einarsson. 1987a. A study in the Icelandic business cycle. Icelandic Economic Papers. W87:3. University of Iceland.
- Guðmundur Magnússon og Tór Einarsson. 1987b. A further study in the Icelandic business cycle. Icelandic Economic Papers. W87:3. University of Iceland.
- Gonzalo, J. 1994. Five alternative methods of estimating long-run equilibrium relationships, *Journal of Econometrics*, 60, 203-233.
- Hazari, B. R. 1970. Empirical identification of key sectors in the Indian economy, *The Review of Economics and Statistics*, 52(3), 301-305.
- Helgi Skúli Kjartansson. 2002. *Ísland á 20. öld*. Reykjavík: Sögufélag.
- Innis, H. A. 1930. *The fur trade in Canada: An introduction to Canadian economic history*. New Haven: Yale University Press.
- Johansen, S. 1988. Statistical analysis of cointegration vectors, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 12, 231-254.
- Johansen, S. 1994. The role of the constant and linear terms in cointegration analysis of non-stationary variables. *Econometric reviews*, 13, 205-229.
- Johansen, S. 1995. *Likelihood-based inference in cointegrated vector autoregressive models*. Oxford: Oxford University Press.
- Johansen, S., og K. Juselius. 1990. Maximum likelihood estimation and inference on cointegration with applications to the demand for money, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 52, 169-210.
- Jón Þ. Þór. 2002. *Sjósókn og sjávarfang. Saga sjávarútvegs á Íslandi. I. bindi. Árabáta- og skútuöld*. Akureyri: Bókaútgáfan Hólar.
- Jón Þ. Þór. 2003. *Uppgangssár og barningsскеið. Saga sjávarútvegs á Íslandi. II. bindi 1902-1939. Vælaöld*. Akureyri: Bókaútgáfan Hólar.
- Krumme, G. 1968. Werner Sombart and the economic base concept, *Land Economics*, 44(1), 112-116.
- Lenzen, M. 2003. Environmentally important paths, linkages and key sectors in the Australian economy, *Structural Change and Economic Dynamics*, 14, 1-34.
- Leontief, W. 1936. Quantitative input and output relations in the economic system of the United States, *Review of Economic Statistics*, 18, 39-59.
- Magnús S. Magnússon. 1993. Efnahagsþróun á Íslandi 1880-1990. Í Guðmundur Hálfðánarson og Svanur Kristjánsson (ritstj.). *Íslensk þjóðfélagsþróun 1880-1990. Ritgerðir*, 112-214. Reykjavík: Háskólaútgáfan.
- McGilvray, J. 1977. Linkages, key-sectors and development strategy. Í W. Leontief (ritstj.). *Structure, System and Economic Policy*, 45-56. Cambridge: Cambridge University Press.
- North, D. 1955. Location theory and regional economic growth, *Journal of Political Economy*, 63(3), 243-258.

- Ragnar Árnason. 1994. *The Icelandic Fisheries: Evolution and Management of a Fishing Industry*. Cambridge: Fishing News Books, Blackwell.
- Schaffer, W. A. 1999. *Regional impact models*. Í bókinni Web Book of Regional Science. Regional Research University. West Virginia University. (Sótt 29.6.2004 from <http://www.rri.wvu.edu/WebBook/Schaffer/chap02.html>).
- Schulz, S. 1977. Approaches to identifying key-sectors empirically by means of input-output analysis, *Journal of Development Studies*, 14, 77-96.
- Smith, A. 1981 [1776]. *An Inquiry into the Nature and Causes of the Wealth of Nations*. R. H. Campbell og A. J. Skinner (ritstj.). Liberty Fund. Indianapolis US.
- Sigfús Jónsson. 1984. *Sjávarútvegur Íslendinga á 20. öld*. Reykjavík: Hið íslenska bókmenntafélag.
- Sigurður Snævarr. 1993. *Haglýsing Íslands*. Reykjavík: Heimskringla og Háskólaforlag Máls og menningar.
- Sims, G. 1972. Money, income and causality, *American Economic Review*, 62, 540-552.
- Stock, J. H. 1987. Asymptotic properties of least square estimator of cointegrating vectors, *Econometrica*, 55, 1035-1056.
- Sveinn Agnarsson. 2004. Fjármagnið og útgerðin. Í Eggert Þór Bernharðsson (ritstj.). *Rætur Íslandsbanka. 100 ára fjármálasaga*, 95-132. Reykjavík: Íslandsbanki.
- Tiebout, C. M. 1956a. Exports and regional economic growth, *The Journal of Political Economy*, 64(2), 160-164.
- Tiebout, C. M. 1956b. The urban economic base reconsidered, *Land Economics*, 31(1), 95-99.
- Tiebout, C. M. 1962. *The community economic base study*. New York: Community for Economic Development.
- Vefur Hagstofu Íslands, [www.hagstofa.is](http://www.hagstofa.is).
- Vefur Þjóðhagsstofnunar, [www.ths.is](http://www.ths.is). Sögulegt yfirlit hagtalna 1945-2000.
- Watkins, M. H. 1963. A staple theory of economic growth, *The Canadian Journal of Economics and Political Science*, 29(2), 141-158.
- Þórarinn Pétursson. 2000. Business cycle forecasting and regime switching. *Working Papers* no. 7. Central Bank of Iceland.

## Viðauki I

Tafla V.1

<i>Breyta</i>	<i>Stuðull</i>	<i>Staðalfrávik</i>	<i>t-gildi</i>
$\Delta$ Sjávarvöruframleiðsla <sub>t</sub>	0,1586	0,0309	5,133 <sup>2</sup>
$\Delta$ Sjávarvöruframleiðsla <sub>t-1</sub>	0,0638	0,0308	2,071 <sup>1</sup>
$\Delta$ Sjávarvöruframleiðsla <sub>t-2</sub>	-0,0067	0,0337	-0,199
$\Delta$ Sjávarvöruframleiðsla <sub>t-3</sub>	0,0294	0,0288	1,021
$\Delta$ Sjávarvöruframleiðsla <sub>t-4</sub>	-0,0787	0,0298	-2,641 <sup>2</sup>
$\Delta$ Fjármagnsstofn <sub>t</sub>	2,2568	0,3768	5,989 <sup>2</sup>
$\Delta$ Fjármagnsstofn <sub>t-1</sub>	-1,7438	0,4908	-3,553 <sup>2</sup>
$\Delta$ Fjármagnsstofn <sub>t-2</sub>	0,4659	0,4575	1,018
$\Delta$ Fjármagnsstofn <sub>t-3</sub>	-0,3941	0,4733	-0,833
$\Delta$ Fjármagnsstofn <sub>t-4</sub>	0,1139	0,3321	0,343
$\Delta$ Vinnuafli <sub>t</sub>	0,4338	0,1731	2,506 <sup>2</sup>
$\Delta$ Vinnuafli <sub>t-1</sub>	0,0828	0,1712	0,484
$\Delta$ Vinnuafli <sub>t-2</sub>	0,1031	0,1732	0,595
$\Delta$ Vinnuafli <sub>t-3</sub>	0,1348	0,1756	0,768
$\Delta$ Vinnuafli <sub>t-4</sub>	-0,1760	0,1589	-1,108
Villuleiðréttingarliður <sub>t-1</sub>	-0,1090	0,0682	-1,598
Staðalfrávik jöfnu	0,014		
SSR	0,003		
R <sup>2</sup>	0,918		
Log-likelihood	104,549		
LM-próf fyrir sjálffylgni	4,245		
Jarque-Bera-próf fyrir normaldreifingu	2,251		

1 og 2 tákna marktækni við 10% og 5% mörk.

# Notkun þvingaðra splæsifalla til að smíða íslenska vaxtarófið

Sverrir Ólafsson<sup>1</sup>

Arnar Jónsson<sup>2</sup>

*Ágrip:* Í þessari grein lítum við á helstu atriði vaxtarófsgreiningar og ræðum kosti og takmarkanir mismunandi aðferða. Við beitum bestunaraðferðum til að smíða nafnvaxtaróf íslenska markaðarins út frá upplýsingum um verð óverðtryggðra skuldabréfa. Sérstök áhersla er lögð á ýmis vandamál við að smíða vaxtarófið í tregum mörkuðum. Við notum „bootstrapping“ (e. *bootstrapping*) ásamt þvingaðri bestun með aðferð minnstu fervika. Við ræðum nauðsyn þess í tregum mörkuðum (e. *non-liquid markets*) að finna rétt jafnvægi á milli þess að lágmarka skekkju í verðlagningu athugaðra bréfa og þess að draga úr sveiflukennu háttarni vaxtarófsins, sérstaklega framvirka vaxtarófsins. Eins ræðum við nokkuð ítarlega mismunandi aðferðir til að brúa á milli vaxtapunkta sem fundnir eru með bootstrapping. Til að framlengja vaxtarófið til skemmri tímasetninga notum við upplýsingar um REIBOR-vexti. Út frá þeim hönnum við skammtíma affallabréf (e. *zero coupon bond*) og greinum þau síðan með samtíma safni óverðtryggðra skuldabréfa. Vandamálið við þessa aðferð er að þar sem REIBOR-vextir eru millibankavextir innihalda þeir einhverja áhættuþóknun, sem ekki er fyrir hendi í ríkisskuldabréfum. Þetta leiðir til smávægilegrar skekkju sem erfitt er að leiðrétta.

*Lykilorð:* Tímabundnir vextir, framvirkir vextir, vaxtaróf, bootstrapping, þjálguð splæsiföll.

*JEL:* C61, C65, C80, G10, G13

## 1. Inngangur

Tímavirði peninga er lýst með tengslum á milli ávöxtunar vaxtabréfa og sammingslengdar. Formlega er tengslunum lýst með sk. vaxtarófi, sem sýnir ávöxtun jafn áhættumikilla vaxtabréfa sem fall af tíma. Vaxtarófið gegnir grundvallarhlutverki við verðlagningu vaxtabréfa og annarra vaxta-

samninga (Anderson, Breedon, Deacon, Derry og Murphy, 1996). Haldgóður skilningur á lögum og tímaþróun vaxtarófsins skiptir því miklu máli og er forsenda þess að verðlagning mismunandi vaxtasamninga útiloki áhættulausa hagnaðarmöguleika með því að taka á sama tíma stöðu í mismunandi vaxtabréfum.

Vaxtarófið gegnir ekki einungis mikilvægu hlutverki við verðlagningu vaxta- og vaxtafleiðusamninga, s.s. gólf- og þaksamninga eða skiptasamninga. Greining vaxtarófsins gegnir lykilhlutverki í nútíma fjármálafræðum og hagfræði. Vaxtarófið hefur t.d. verið notað til að spá fyrir um efnahagsstarfsemi (Diebold, Rudebush og Aruoba, 2004), verga landsframleiðslu (Ang, Piazzesi og Wei, 2003), þróun gengis á milli mismunandi gjaldeyrissvæða (Bernadell, Coche og Nyholm, 2005) og verðbólguvæntingar (Brooke

1 Sverrir Ólafsson er yfirmaður flæknirannsókna við Rannsóknarstofur British Telecom og forstjóri Rison, ráðgjafafyrirtækis fyrir fjárhagslega áhættustýringu. Tölvupóstfang: sverrir.olafsson@bt.com.

2 Arnar Jónsson er forstöðumaður gjaldeyrisskipta við Landsbanka Íslands. Tölvupóstfang: arnar.jonsson@landsbanki.is. Höfundar þakka Hirti Jónssyni fyrir gagnlegar athugasemdir á fyrri drögum greinarinnar. Tveir ónafngreindir rýnar bentu á ýmislegt sem betur mátti fara.

og Cooper, 2000) svo að nokkuð sé nefnt. Innsýn í skammtíma og langtíma væntingar markaðarins, eins og þær birtast í þróun vaxtarófsins, er því mikilvæg fyrir þátttakendur á fjármálamarkaði og eins við stýringu hagkerfisins.

Að sjálfsögðu er ekki til neitt eitt vaxtaróf heldur má smíða mismunandi vaxtaróf fyrir verkfæri með mismunandi áhættu. Á hverjum markaði gegnir þó áhættulausa vaxtarófið grundvallarhlutverki, en það tengist fjárfestingu í skuldabréfum, sem gefin eru út af ríkinu eða öðrum ríkistengdum stofnunum. Skuldabréf, sem gefin eru út af fyrirtækjum eða einstaklingum, bjóða upp á ávöxtun, sem venjulega hefur svipaða „tímalögun“ og áhættulausa vaxtarófið en bera þó hærri ávöxtun vegna meiri áhættu. Í öllum tilfellum skiptir það höfuðmáli hver er tilgangurinn með því að smíða vaxtarófið.

Í grundvallaratriðum má segja að aðferðir til að smíða vaxtarófið skiptist í tvo flokka: skýrandi (fræðilegar) og lýsandi (byggðar einungis á athugun gagna). Í fyrri tilfallinu er lögun og þróun vaxtarófsins lýst með líkönum, venjulega slembidiffurjöfnum (Björk, 1998), sem eru háðar ákveðnum breytum. Bestunaraðferðir eru síðan notaðar til að kvarða líkónin út frá markaðsgögnum. Lýsandi aðferðir byggjast ekki á neinu líkani fyrir vaxtarófið (Anderson, Breedon, Deacon, Derry og Murphy, 1996, eða Bolder og Stréliski, 1999). Þær leitast einungis við að gefa nákvæma lýsingu á lögun vaxtarófsins á hverjum tíma með greiningu markaðsgagna. Engar tilgátur eru gerðar að því er varðar tímaþróun vaxtarófsins.

Í þessari grein ræðum við vaxtaróf mismunandi tegunda vaxta. Við notum lýsandi aðferðir til að sýna hvernig mismunandi vaxtaróf tengjast verði skuldabréfa og sín á milli. Athuginin beinist einungis að greiningu áhættulauss nafnvaxtarófs íslenska markaðarins. Við ræðum aðferðir til að setja saman nafnvaxtarófið og notum til þess markaðsupplýsingar fyrir óverðtryggð skuldabréf. Við notum upplýsingar af peningamarkaði, nánar tiltekið REIBOR-vexti, til að smíða stutta enda nafnvaxtarófsins. Í annarri grein lítum við á tengslin á milli nafnvaxta og raunvaxta og þær upplýsingar sem þau veita um verðbólguvæntingar markaðarins.

Á litlum mörkuðum, þar sem verslun með vaxtaverkfæri<sup>3</sup> er takmörkuð og bundin við tiltölulega fá skuldabréf, getur verið erfitt að lesa áreiðanlegar og sjálfum sér samkvæmar upplýsingar út úr markaðnum (Subramanian, 2001). Einnig er algengt að misræmi sé á milli verðs mismunandi verkfæra og því geta áhættulausir hagnaðarmöguleikar verið fyrir hendi, fyrirbæri sem tiltölulega vanþroskaðir og tregir markaðir ná ekki ætíð að greina og fjarlægja.

Við athugum sérstaklega möguleika þess að setja saman vaxtaróf fyrir trega markaði með notkun fárra vaxtaverkfæra. Þetta er sérstaklega mikilvægt fyrir íslenska markaðinn þar sem brúun á milli fárra vaxtapunkta er algengt vandamál og ekki sjálfgefið að hægt sé að grípa til annarra vaxtaverkfæra við brúunina. Við athugum notkun mismunandi splæsiaðferða og þá sérstaklega þvinguð splæsiföll (e. *constrained splines*) (de Boor, 2004). Hér snýst vandamálið fyrst og fremst um það að finna jafnvægi á milli góðrar nálgunar gefinna skuldabréfa og þess að smíða þjálmt vaxtaróf. Mikilvægt er að velja vægið á milli þessara tveggja ósamræmanlegu markmiða þannig að framvirka vaxtarófið verði ekki of sveiflukennt. Of mikið flókt í framvirkum vöxtum getur kippt fótunum undan raunhæfri verðlagningu á vaxtaafleiðusamningum.

Skipulag greinarinnar er eftirfarandi: Við byrjum á því að ræða hlutverk affallabréfa við samsetningu vaxtarófsins. Í framhaldi af því innleiðum við framvirka vexti og framvirka augnabliksvexti og sýnum hvernig þeir tengjast verði affallabréfa. Því næst athugum við vaxtagreiðslubréf og ræðum aðferðir sem nota markaðsverð þeirra til að smíða vaxtaróf fyrir tímabundna og framvirka vexti. Sérstök áhersla er lögð á vandamálin við að smíða samfellt vaxtaróf út frá fáum vaxtagreiðslubréfum. Við ræðum bootstrapping, aðferð minnstu fervika og línulega ítrekun. Eins ræðum við nokkuð ýtarlega notkun splæsiaðferða

3 Vaxtaverkfæri eru hvers konar bréf sem verslað er með á markaði og er verðþróun þeirra háð þróun vaxta. Hugtakið er almennt og getur átt við skuldabréf og önnur vaxtabréf, skiptasamninga, vaxtaafleiðusamninga og fjölda annarra verkfæra.

til að smíða þjált vaxtaróf út frá takmörkuðum og strjálum fjölda vaxtapunkta. Sérstök áhersla er lögð á það að finna rétt jafnvægi á milli þess að smíða þjált vaxtaróf, sem einnig lágmarkar ferningsmismun markaðsverðs og reiknaðs verðs skuldabréfa. Við notum síðan aðferðirnar sem ræddar eru í fyrri hluta greinarinnar og markaðsverð óverðtryggðra ríkisskuldabréfa til að smíða nafnvaxtarófið fyrir íslenska markaðinn. Í þessum tilgangi notum við REIBOR-vexti til að smíða skammtíahluta vaxtarófsins. Greininni lýkur með samantekt. Nokkur tæknileg atriði, eins og aðferðir til að fækka óháðum stærðum, eru ræddar í viðauka.

## 2. Affallabréf og mismunandi framsetning vaxtarófsins

Vaxtarófinu er oft lýst með samfelldum reiknuðum vöxtum  $R(t, T)$ , sem gilda á tíma  $t$  (í dag) til framtíðar tímans  $T$ . Við notum hugtakið tímabundnir vextir (e. *spot rate*) fyrir  $R(t, T)$ , þar sem þetta eru þeir vextir, sem gilda á tíma  $t$ , yfir tímabilið  $T - t$ . Með vaxtarófi er átt við fallið  $T \rightarrow R(t, T)$  þar sem  $T$  spannar tímabilið frá því í dag, tíma  $t$ , til einhvers framtíðartíma  $T_{max}$ . Vitanlega er engin leið að þekkja  $R(t, T)$  fyrir öll möguleg gildi á  $T$ , heldur einungis fyrir tiltölulega fá og strjál gildi, sem eru reiknuð út frá verði vaxtaverkfæra, fyrst og fremst skuldabréfa. Eftir að búið er að finna tímabundna vexti fyrir strjált tímamengi  $T = \{T_{min}, \dots, T_{max}\}$ , þarf að brúa bilin á milli tímanna til að fá samfelld vaxtaróf. Slíkt er hægt að gera á marga vegu, en sú aðferð sem fyrir valinu verður rædd oft af því hver tilgangurinn er með því að setja saman vaxtarófið.

Greining vaxtarófsins hefst venjulega með athugun á áhættulausum affallabréfum, sem borga eina nafneiningu gjaldmiðils (eina krónu) á gjalddaga  $T$ . Verð affallabréfsins á tíma  $t$  ( $t < T$ ) er:

$$(1) \quad D(t, T) = \exp(-(T-t)R(t, T)),$$

þar sem  $R(t, T)$  eru tímabundnir vextir, sem gilda á tíma  $t$ , fyrir tímabilið  $T - t$ .  $D(t, T)$  er því afvöxtunarþátturinn, sem er notaður til að núvirða eina einingu gjaldmiðils, sem greiðist eftir  $T - t$  ár. Ef markaðurinn á viðskipti með  $N$  áhættulaus affallabréf með mismunandi gjalddaga,  $T_1, T_2, \dots, T_N$ , er

mögulegt að nota verð þeirra til að smíða vaxtaróf fyrir allt tímabilið sem gjalddagarnir spanna:

$$(2) \quad R(t, T_i) = \frac{-1}{(T_i - t)} \log D(t, T_i); \quad i = 1, 2, \dots, N.$$

Ef  $T_{min} = \min_{1 \leq i \leq N} T_i$  og  $T_{max} = \max_{1 \leq i \leq N} T_i$  er vaxtarófið, sem finnst út frá verði affallabréfanna á tíma  $t$ :

$$(3) \quad \mathfrak{R}(t; T_{min}, T_{max}) = \{R(t, T) | T \in [T_{min}, T_{max}]\}.$$

Á flestum mörkuðum er ekki verslað með mikinn fjölda affallabréfa og því er framlag þeirra til smíða vaxtarófsins oft takmarkað. Gjalddagar bréfanna eru venjulega strjálir og mislangt á milli þeirra og því er nauðsynlegt að brúa bil þeirra með videigandi brúunaraðferðum. Niðurstaðan fer bæði eftir því hversu langt er á milli punktanna og hvaða aðferð er beitt, en hér eru ýmsir möguleikar fyrir hendi. Oft er þó nauðsynlegt að nota að auki vaxtagreiðslubréf til að fá góða mynd af vaxtarófinu.

Út frá samfelldum reiknuðum tímabundnum vöxtum er hægt að leiða út mismunandi tegundir vaxta, sem hver um sig gegnir mikilvægu hlutverki við greiningu og verðlagningu vaxtaverkfæra. Við byrjum á því að athuga s.k. framvirka vexti,  $F(t, T_k, T_{k+1})$ , þ.e.a.s. vexti, sem ákvarðaðir eru í dag (á tíma  $t$ ) fyrir framtíðartímabilið frá  $T_k$  til  $T_{k+1}$ . Framvirka vexti er hægt að leiða út frá tímabundnum vöxtum og þar af leiðandi verði affallabréfa, ef gert er ráð fyrir fjarvist mislægs verðs (e. *absence of arbitrage opportunities*). Niðurstaðan er<sup>4</sup>:

$$(4) \quad F(t, T_k, T_{k+1}) = \frac{1}{T_{k+1} - T_k} \log \left( \frac{D(t, T_k)}{D(t, T_{k+1})} \right).$$

Af þessu leiðir að við getum sett saman vaxtaróf fyrir framvirka vexti út frá verði affallabréfa á svipaðan hátt og fyrir tímabundna vexti, en slíkt vaxtaróf er nauðsynlegt fyrir verðlagningu ýmissa vaxtaafleiðusamninga.

4 Jafna (4) finnst með því að nota tengslin  $D(t, T_{k+1}) = D(t, T_k) D(T_k, T_{k+1})$  og  $D(T_k, T_{k+1}) = \exp(-(T_{k+1} - T_k)F(t, T_k, T_{k+1}))$ . Með því að einangra  $F(t, T_k, T_{k+1})$  fæst jafna (4).

Framvirkir augnabliksvextir (*instantaneous forward rates*) finnast með því að taka eftirfarandi markgildi:

$$(5) \quad f(t, T) = \lim_{T_{k+1} \rightarrow T_k, T_k = T} F(t, T_k, T_{k+1}) \\ = -\frac{\partial}{\partial T} (\log D(t, T)).$$

Þetta eru einfaldlega framvirkir vextir, ákvarðaðir á tímanum  $t$ , (þ.e. í dag) sem gilda einungis í augnablik eftir framtíðartímann  $T$ . Af þessu leiðir að mögulegt er að skrifa verð affallabréfa sem eftirfarandi fall af framvirkum augnabliksvöxtum:

$$(6) \quad D(t, T) = \exp\left(-\int_t^T f(t, \tau) d\tau\right).$$

Framvirkir augnabliksvextir gegna mikilvægu hlutverki í s.k. HJM-líkönunum (Heath, Jarrow og Morton, 1992), sem lögðu grunninn að nútíma markaðslíkönunum (Brace, Gatarek og Musiela, 1997, Miltersen, Sandmann og Sondermann, 1997 og Jamshidian og Zhu, 1997).

Samanburður á jöfnum (1) og (6) gefur eftirfarandi tengsl á milli tímabundinna vaxta og framvirkra augnabliksvaxta:

$$(7) \quad R(t, T) = \frac{1}{T-t} \int_t^T f(t, \tau) d\tau$$

Þetta sýnir að tímabundnir vextir  $R(t, T)$  eru jafnir meðalgildi framvirkra augnabliksvaxtavaxta yfir tímabilið  $T-t$ .

Við getum umritað (7) á eftirfarandi hátt:

$$(8) \quad f(t, T) = R(t, T) + (T-t) \frac{\partial R(t, T)}{\partial T}.$$

Framvirku augnabliksvextirnir  $f(t, T)$  eru því sú jaðarávöxtun (e. *marginal rate of return*) sem fjárfestar krefjast fyrir að eiga bréf með gildistímann  $T-t$ .

Allar stærðirnar,  $D(t, T)$ ,  $R(t, T)$  og  $f(t, T)$ , gefa jafngilda lýsingu á vaxtarófinu. Eftir að búið er að setja saman „rófið“ fyrir einhverja af þessum stærðum er auðvelt að varpa því yfir á róf hinna stærðanna, en út frá  $D(t, T)$  eða  $R(t, T)$  finnum við síðan framvirku vextina.

### 3. Vaxtagreiðslubríf

Vegna takmarkaðs framboðs og lítillar fjölbreytni í líftíma duga affallabréf venjulega ekki til að setja saman umfangsmikið vaxtaróf á áreiðanlegan hátt. Sú staðreynd er sérstaklega viðeigandi hér á landi. Þar af leiðandi þarf að grípa til vaxtagreiðslubrifa. Það er vissulega erfiðara að smíða vaxtarófið með vaxtagreiðslubrífum en með affallabréfum. Hér þarf að greina í sundur afvöxtunarþætti fyrir mismilangar greiðslur hvers bréfs, en til þess þarf safn jafn áhættusamra bréfa með mismilangan líftíma. Árangurinn fer eftir fjölda þeirra bréfa sem viðskipti eru með á viðkomandi markaði og innbyrðis tengslum bréfanna og vaxtagreiðslna af þeim. Þetta verður rætt nánar í 4. hluta þessarar greinar.

Við gerum ráð fyrir að á markaði séu  $K$  vaxtagreiðslubríf, þar sem hvert bréf  $k \in K$  greiðir eftirfarandi vaxtarunu:  $C_k = C_{k, T_1^{(k)}}, C_{k, T_2^{(k)}}, \dots, C_{k, T_{N_k}^{(k)}}$ , á tímum. Með síðustu vaxtagreiðslunni, á tíma  $T_{N_k}^{(k)}$ , greiðir hvert bréf  $k$  einnig höfuðstólinn  $Q_k$ . Verð bréfs  $k$  á tíma  $t$  þarf að fullnægja:

$$(9) \quad \hat{P}_k(t) = \sum_{i=1}^{N_k} C_{k, T_i^{(k)}} D(t, T_i^{(k)}) + Q_k D(t, T_{N_k}^{(k)}); \\ 1 \leq k \leq K.$$

Við setjum „ $\hat{\cdot}$ “ yfir  $P_k(t)$  til að leggja áherslu á að þetta er áætlað verð bréfanna. Ef markaðsverð bréfanna er  $P_k(t)$  er reynt að velja afvöxtunarþættina þannig að  $\hat{P}_k(t) \equiv P_k(t)$ .

Fjárstreymisfylkið  $C_{k, T_i^{(k)}}, 1 \leq k \leq K, 1 \leq i \leq N_k$ , hefur ævinlega  $K$  raðir, sem eru jafnar fjölda bréfanna. Fjöldi dálka fylkisins er jafn fjölda óþekktra afvöxtunarþátta  $D(t, T_i^{(k)}), 1 \leq k \leq K, 1 \leq i \leq N_k$ . Almennnt er það tengslin á milli fjölda raða og dálka sem hafa áhrif á það hversu vel gengur að ákveða afvöxtunarþættina. Eitt sértilfelli er að öll bréf safnsins greiði vexti á mismunandi tímum, þ.e.  $T_i^{(k)} \neq T_j^{(l)}, \forall i, j$  og  $\forall k, l$ . Í þessu tilfelli er stærð fjárstreymisfylkisins  $S[C] = K \times \sum_{i=1}^K N_i$ . Í raunveruleikanum borga þó mörg bréf vexti á sama tíma og því gildir að jafnaði  $S[C] = K \times L$  með  $L < \sum_{i=1}^K N_i$ . Auðvelt er að sjá að minnsti mögulegi dálkafjöldi fjárstreymisfylkisins er  $L_{\min} = \max_{k \in K} N_k$ .

Jöfnu (9) er hægt að leysa með tilliti til lengstu tímabundnu vaxtanna, en þá fæst:

$$(10) \quad R(t, T_{N_k}^{(k)}) = \frac{1}{T_{N_k}^{(k)} - t} \log \left[ \frac{C_{k, T_{N_k}^{(k)}} + Q_k}{P_k(t) - \sum_{i=1}^{N_k-1} C_{k, T_i^{(k)}} \exp(-(T_i^{(k)} - t)R(t, T_i^{(k)}))} \right];$$

$$1 \leq k \leq K$$

Þetta sýnir ítrekunartengsl á milli tímabundinna vaxta því að mögulegt er að skrifa vexti fyrir ákveðið tímabil sem fall af vöxtum fyrir önnur skemmri tímabil. Þegar verð, höfuðstóll, vaxtagreiðslur og tímasetning þeirra eru þekkt sýnir jafnan hvernig hægt er að finna tímabundnu vextina  $R(t, T_{N_k}^{(k)})$  ef skemmri tímabundnir vextir, fyrir tímana  $T_1^{(k)}, T_2^{(k)}, \dots, T_{N_k-1}^{(k)}$  eru þekktir. Sumir þessara vaxta eru fundnir með athugun affallabréfa eða annarra vaxtagreiðslubréfa. Eins er mögulegt að nota verkfæri, sem verslað er með á peningamarkaði, fyrir skammtíma hluta vaxtarófsins. Eftir að öll möguleg markaðsgögn hafa verið notuð er brúað á milli þekktra vaxtapunkta til að fá samfellt vaxtaróf.

Flestar aðferðir til að smíða vaxtaróf með notkun vaxtagreiðslubréfa eru byggðar á þessari aðferðafræði, sem engu að síður er ekki án vandkvæða. Helstu vandamál, sem við stöndum frammi fyrir á íslenska markaðnum, eru takmarkaður fjöldi vaxtaverkfæra og á tíðum tiltölulega treg viðskipti með þann litla fjölda sem er til staðar. Þetta á sérstaklega við um óverðtryggð skuldabréf, en markaðurinn fyrir verðtryggð skuldabréf er talsvert virkur og umfangsmikill.

#### 4. Bootstrapping

Ef höfuðstóllinn er tekinn inn í síðustu vaxtagreiðslu getum við skrifað jöfnu (9) sem eftirfarandi fylkjajöfnu:

$$(11) \quad P = CD.$$

Fyrir  $K$  skuldabréf er hér um að ræða  $K$  jöfnur. Ef fjöldi óþekktra  $D(t, T_j^{(k)})$ , er jafn fjöldi jafna (skuldabréfa) og ef mögulegt er að skrifa fjárstreymið sem neðra þríhyrningsfylki er hægt

að finna alla afvöxtunarþættina og út frá þeim tímabundnu vextina (vaxtarófið). Jafna (11) verður því:

$$(12) \quad \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_K \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{1,1} & 0 & \dots & 0 \\ C_{2,1} & C_{2,2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{K,1} & \dots & \dots & C_{K,K} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \\ \vdots \\ D_K \end{pmatrix},$$

þar sem:

$$(13) \quad C_{k,l} = C_{k, T_l}; \quad D_l = D(t, T_l); \quad T_l^{(k)} = T_l^{(l)} = T_l; \quad \forall k, l,$$

þ.e.a.s. öll skuldabréf borga vexti á sama tíma. Í þessu tilfalli er hægt að finna fyrsta afvöxtunarþáttinn beint:

$$(14) \quad D_1 = P_1 / C_{1,1}.$$

Lausnin fyrir aðra afvöxtunarþætti finnst síðan út frá eftirfarandi ítrekunarformi:

$$(15) \quad D_k = \frac{P_k - \sum_{i=1}^{k-1} C_{k,i} D_i}{C_{kk}}.$$

Síðan er jafna (2) notuð til að finna tímabundnu vextina. Við sýnum hvernig þessi aðferðafræði er notuð með því að skoða dæmi.

#### 4.1 Dæmi

Í þessu dæmi höfum við 20 skuldabréf. Tvö bréfa eru affallabréf, sem renna út eftir hálfu ári (fyrsta bréfið) og eitt ár (annað bréfið). 18 bréfa eru vaxtagreiðslubréf með lengd frá einu og hálfu ári upp í 10 ár, þar sem vextir eru greiddir tvisvar á ári. Nauðsynlegar upplýsingar um skuldabréfin eru teknar saman í fyrstu þremur dálkunum í töflu 1 (Fabozzi, 2001), en þrjú síðustu dálkarnir eru reiknaðir út frá þessum upplýsingum.

Út frá upplýsingunum í töflu 1 er hægt að setja saman 20 x 20 fjárstreymisfylki sem hefur engin tölugildi ofan við hornalínu fylkisins. Fyrstu tvö affallabréfin nýtast til að finna fyrstu tvo affallaþættina,  $D(0,0.5)$  og  $D(0,1.0)$ . Allir aðrir afvöxtunarþættir finnast síðan með siendurtekinni notkun jöfnu (15). Niðurstöðurnar eru gefnar í fjórða dálki



Tafla 1

Fyrsti dálkur sýnir lengd hvers skuldabréfs. Annar dálkur sýnir vexti (og þar með vaxtagreiðslur af bréfunum) og þriðji dálkur markaðsverð skuldabréfanna. Fjórdi dálkur sýnir afvöxtunarþætti fyrir gefna tímalengd (úr fyrsta dálki). Fimmthi dálkur sýnir samfelld reiknaða tímabundna vexti og sjötti dálkur ósamfelld (tvisvar á ári) reiknaða tímabundna vexti.

Lengd [ár]	Vextir	Verð	Afv. þátt.	NV (sam.)	NV (ósam.)
0,50	0,0000	96,15	0,96150	0,078521	0,08008
1,00	0,0000	92,19	0,92190	0,081319	0,082994
1,50	0,0850	99,45	0,87718	0,087365	0,089302
2,00	0,0900	99,64	0,83462	0,090392	0,092465
2,50	0,1100	103,49	0,79352	0,09251	0,094683
3,00	0,0950	99,49	0,75077	0,9555	0,097869
3,50	0,1000	100,00	0,70764	0,098804	0,10129
4,00	0,1000	98,72	0,66176	0,10321	0,10592
4,50	0,1150	103,16	0,62160	0,10566	0,10850
5,00	0,0875	92,24	0,58485	0,10728	0,11021
5,50	0,1050	98,38	0,54988	0,10874	0,11175
6,00	0,1100	99,14	0,50883	0,11261	0,11584
6,50	0,0850	86,94	0,47626	0,11412	0,11744
7,00	0,0825	84,24	0,44257	0,11645	0,11991
7,50	0,1100	96,09	0,40549	0,12035	0,12405
8,00	0,0650	72,62	0,38548	0,11916	0,12278
8,50	0,0875	82,97	0,35548	0,12168	0,12546
9,00	0,1300	104,30	0,31779	0,12737	0,13152
9,50	0,1150	95,06	0,29226	0,12948	0,13377

í töflu 1. Tveir síðustu dálkarnir sýna tímabundnu vextina, sem reiknaðir eru út frá afvöxtunarþáttum fjórða dálks. Fimmthi dálkur sýnir samfelld reiknaða vexti (sam.) og sjötti dálkur ósamfelld reiknaða vexti (tvisvar á ári, ósam.). Tengslin á milli tveggja síðustu dálkanna eru gefin með jöfnunni:

$$(16) \quad r_s = k \log\left(1 + \frac{r_k}{k}\right),$$

þar sem  $r_s$  stendur fyrir samfelld reiknaða vexti og  $r_k$  fyrir ósamfelld reiknaða vexti,  $k$  sinnum á ári. Í þessu dæmi er  $k = 2$ .

Hér að ofan sáum við hvernig hægt er að smíða vaxtarófið með hjálp ítrekunarjafna þar sem fjárstreymisfylkið er neðra þríhyrningsfylki. Undir flestum kringumstæðum er áður nefnt fylki hins vegar ekki svo einfalt. Ítrekunaráðferðin „rofnar“ því vegna skorts á ílagsgögnum (e. *input data*).

Vandamálið er venjulega leyst með því að nota þau bréf sem eru til staðar til að búa til „gerviskuldabréf“ með þá lengd sem vantar. Til þess að ná slíku takmarki er nauðsynlegt að taka á sama tíma langa og skamma eignarstöðu í mismunandi bréfum. Hvernig slíkt er gert er best lýst með dæmi.

## 4.2 Dæmi

Við athugum sértílfelli sem hefur eftirfarandi fjárstreymisfylki:

$$(17) \quad \begin{array}{ccccc} t & T_1 & T_2 & T_3 & T_4 \\ P_1 & C_{1,1} & 0 & 0 & 0 \\ P_2 & C_{2,1} & C_{2,2} & C_{2,3} & 0 \\ P_3 & C_{3,1} & C_{3,2} & C_{3,3} & 0 \\ P_4 & C_{4,1} & C_{4,2} & C_{4,3} & C_{4,4} \end{array}$$

Hér eru til staðar fjögur skuldabréf og er markaðsverð þeirra á tíma  $t$  sýnt í fyrsta dálki. Fyrsta bréfið er affallabréf sem rennur út á tíma  $T_1$ . Annað bréfið greiðir vexti á tímum  $T_1$ ,  $T_2$  og  $T_3$  og svo framvegis. Í þessu tilfalli er ekki hægt að nota fjárstreymisfylkið beint til að finna afvöxtunarpáttinn  $D(t, T_2)$ . Með öðrum orðum, við getum ekki notað jöfnu (15) beint. Við notum því nokkur skuldabréfanna til að búa til gerviskuldabréf sem greiðir síðustu greiðslu á tíma  $T_2$ . Þetta bréf, sem við skulum kalla  $\Pi$ , er hægt að búa til með langri stöðu í skuldabréfi 2 og stuttri stöðu í skuldabréfi 3 á eftirfarandi hátt:

$$(18) \quad \Pi = C_{3,3}P_2 - C_{2,3}P_3 = (C_{3,3}C_{2,1} - C_{2,3}C_{2,1})D(t, T_1) + (C_{3,3}C_{2,2} - C_{2,3}C_{3,2})D(t, T_2)$$

Við getum nú notað fyrsta skuldabréfið til að finna  $D(t, T_1)$  og síðan bréfið  $\Pi$  til að finna  $D(t, T_2)$ :

$$(19) \quad D(t, T_2) = \frac{\Pi - (C_{3,3}C_{2,1} - C_{2,3}C_{3,1})D(t, T_1)}{(C_{3,3}C_{2,2} - C_{2,3}C_{3,2})}$$

Eftir þetta getum við notað annað og þriðja bréfið til að finna  $D(t, T_3)$  og að síðustu fjórða bréfið til að finna  $D(t, T_4)$ .

Hægt er að gera þessa aðferð almenna og beita henni á önnur fjárstreymisfylki, sem ekki leyfa beina hagnýtingu ítrekunaðferða. Aðferðin finnur venjulega jafnmarga afvöxtunarpætti og skuldabréfin eru mörg og miðast hver afvöxtunarpáttur við lokatíma hvers bréfs.

## 5. Brúun milli þekktra punkta

Við höfum séð hvernig hægt er að nota bootstrapping til að finna afvöxtunarpætti tímamarkna sem svara til gjalddaga skuldabréfa. Út frá afvöxtunarpáttunum getum við síðan fundið tímabundnu vextina fyrir sömu tíma. Til þess að smíða samfelld vaxtaróf er hins vegar nauðsynlegt að brúa á milli þessara punkta.

Einfaldast er að nota línulega brúun sem hefur þó þann ókost að geta leitt til óstöðugleika í framvirkum vöxtum. Annar möguleiki er að „þræða á milli“ þekktra punkta með margliðu af tilteknu stigi eða jafnvel að nota mismunandi margliður

til að tengja alla nærliggjandi punkta. Endanleg lögung vaxtarófsins fer eftir því hvaða aðferð er notuð.

Eftir að ákveðið hefur verið hvaða bréf verða notuð fer lögung vaxtarófsins mest eftir því hvaða lausnartilgáta er notuð fyrir afvöxtunarpáttinn  $D(t, T)$ , en hér þarf að finna hæfilegt jafnvægi á milli þess að smíða vaxtaróf sem gefur nákvæmlega verð notaðra bréfa og þess að smíða þjálmt vaxtaróf. Með öðrum orðum, nauðsynlegt er að ná réttu jafnvægi á milli lágmarksskekkju í verðlagningu og þjállar lögungar vaxtarófsins. Með tilliti til verðlagningar vaxtaverkfæra, annarra en þeirra sem notuð voru til að smíða vaxtarófið, er æskilegt að framvirka vaxtarófið sé samfelld, en þó þannig að það sé í eins góðu samræmi við undirliggjandi gögn og mögulegt er. Þar sem háttarni framvirka vaxtarófsins er mjög næmt fyrir breytingum á tímabundnum vöxtum er nauðsynlegt að ná vaxtarófi þeirra eins þjálu og stöðugu og unnt er. Við ræðum nú mismunandi leiðir að þessu takmarki með sérstöku tilliti til íslenska skuldabréfamarkaðarins.

Til að brúa bilið á milli strjálra og samfelldra vaxtapunkta gerum við ráð fyrir því að hægt sé að liða (e. *expand*) afvöxtunarpáttinn  $D(t, T)$ . Við sýnum hvernig, með slíkri liðun, er hægt að varpa jöfnu (11), sem gefur lausnir fyrir afvöxtunarpættina  $D(t, T_1), D(t, T_2), \dots, D(t, T_N)$ , yfir á aðra jöfnu fyrir stuðla, sem tengjast liðun afvöxtunarpáttanna. Þessi leið er farin með því að notast við aðferð minnstu fervika.

Gert er ráð fyrir að markaðsverð notaðra bréfa sé  $P_k$ ;  $k = 1, 2, \dots, K$ . Verð bréfanna þarf að fullnægja eftirfarandi jöfnu (hér höfum við tekið höfuðstólinn inn í síðustu vaxtagreiðsluna):

$$(20) \quad \hat{P}_k(t) = \sum_{i=1}^{N_k} C_{k, T_i^{(k)}} D(t, T_i^{(k)}); \quad 1 \leq k \leq K$$

Með því að bera þessa nálgun saman við markaðsverð bréfanna reynum við að ákvarða afvöxtunarpættina og tímabundnu vextina út frá þeim. Afvöxtunarpátturinn  $D(t, T)$  er fall af tíma auk annarra breytistærða, en fjöldi þeirra fer eftir því hvaða aðferð er notuð (sjá viðauka). Í öllum tilfellum er breytistærðunum hnikað til uns eftirfarandi ferningssumma hefur verið lágmarkuð:

$$(21) \quad \Omega(t) = \sum_{k=1}^K (P_k(t) - \hat{P}_k(t))^2.$$

Þessi lágmarkun á sér stað að gefnum eftirfarandi ójöfnuskilyrðum:

$$(22) \quad 1 > D(t, T_1^{(k)}) > D(t, T_2^{(k)}) > \dots, D(t, T_{N_i}^{(k)}) > 0 ; \\ k \in \{1, \dots, K\}$$

Með því að lágmarka stærðina  $\Omega$  má finna afvöxtunarþætti, sem gefa bestu nálgun á verði skuldabréfanna, en slík nálgun getur hins vegar leitt til óþjáls vaxtarófs. Ástæðurnar fyrir þessu eru mismunandi, en þær helstu eru:

- Fæð skuldabréfa
- Tregur markaður í sumum bréfum
- Kostir eða ókostir við að eiga sum bréf, t.d. vegna skattlagningar, möguleika á innköllun o.fl.
- Mismunandi áhætta bréfanna

Hér verður að vega og meta hvaða bréf er rétt að nota við samsetningu vaxtarófsins og hvort vægi þeirra bréfa, sem notuð eru, eigi að vera jafnt. Lausnartilgátan sem notuð er fyrir lögum afvöxtunarþátta hefur einnig áhrif á endanlega lögum vaxtarófsins. Við skoðum nokkur dæmi.

### 5.1. Línuleg liðun

Við gerum fyrst ráð fyrir því að afvöxtunarþátturinn hafi eftirfarandi lögum:

$$(23) \quad D(t, T) = \sum_{j=1}^L a_j \Psi_j(t, T),$$

þar sem  $\Psi_j$  er þekkt fall af  $t$  og  $T$ . Í þessu tilfalli gefur jafna (21):

$$(24) \quad \Omega(t) = \sum_{k=1}^K \left( P_k(t) - \sum_{i=1}^{N_k} \sum_{j=1}^L C_{k, T_i^{(k)}} a_j \Psi_j(t, T_i^{(k)}) \right)^2$$

Til þess að lágmarka þessa stærð tökum við afleiður með tilliti til  $a_1, a_2, \dots, a_L$  og setjum þær jafnt og núll. Þetta leiðir til eftirfarandi fylkisjöfnu, sem stærðirnar  $a_1, a_2, \dots, a_L$  þurfa að uppfylla:

$$(25) \quad Ma = b,$$

þar sem:

$$(26) \quad M_{j,l} = \sum_{k=1}^K \Phi_{k,j}(t, T^{(k)}) \Phi_{k,l}(t, T^{(k)}) ; 1 \leq j, l \leq L$$

$$b_l = \sum_{k=1}^K P_k(t) \Phi_{k,l}(t, T^{(k)}) ; 1 \leq l \leq L$$

og

$$(27) \quad \Phi_{k,j}(t, T^{(k)}) = \sum_{i=1}^{N_k} C_{k, T_i^{(k)}} \Psi_j(t, T_i^{(k)}) ; \\ 1 \leq k \leq K ; 1 \leq j \leq L.$$

Allar stærðir á hægri hlið síðustu jöfnu eru þekktar og þar af leiðandi allir stuðlar fylkisins  $M$ . Eins eru öll verð  $P_k(t)$  þekkt og þar af leiðandi allir þættir vektorsins  $b$ . Undir þessum kringumstæðum er mögulegt að leysa jöfnu (25) og finna stærðirnar  $a_1, a_2, \dots, a_L$ . Með því að setja þær aftur inn í (23) finnum við fallaform (e. *functional form*) fyrir afvöxtunarþáttinn  $D(t, T)$ .

### 5.2. Margliðuaðlögun

Margliðuaðlögun felst í því að nota eina margliðu, oftast af háu stigi, til að nálgast allt vaxtarófið. Hér er gert ráð fyrir því að hægt sé að skrifa afvöxtunarþættina sem margliðu af  $N_{ta}$  stigi (McCulloch, 1971, og Chambers, Carleton og Waldman, 1984).

$$(28) \quad D(T) = \sum_{j=0}^N a_j T^j$$

Ýmis vandamál eru í tengslum við þessa aðferð, sérstaklega sú staðreynd að oft er bilið á milli tímapunktanna misjafnlega langt. Slíkt leiðir til þess að eitt tímabil vaxtarófsins er betur nálgast en önnur tímabil. Oft er mögulegt að bæta þetta með því að hækka stig margliðunnar, en slíkt leiðir iðulega til óstöðugleika.

Lausnin á þessu vandamáli (McCulloch, 1975) felst í því að notast ekki við eina margliðu fyrir allt vaxtarófið heldur beita mismunandi margliðum fyrir mismunandi tímabil og tengja síðan margliður nærliggjandi tímabila saman. Þetta leiðir til splæsifalla, sem nú verða rædd (sjá ítarlegri umfjöllun í de Boor, 2004).

### 6. Splæsibrúun

Grundvallarhugmynd splæsibrúunar er að nota mismunandi margliður fyrir mismunandi tímabil vaxtarófsins. Við göngum út frá eftirfarandi

punktum  $(x_i, y_i); i = 1, 2, \dots, N$ , þar sem  $x$ -hnitin eru t.d. mismunandi framtíðartímar og  $y$ -hnitin tilsvarandi gildi s.s. afvöxtunarþættir eða framvirkir vextir. Við látum  $Q$  vera fallið sem tengir saman  $x$ - og  $y$ - hnitin,  $Q(x_i) = y_i; i = 1, 2, \dots, N$ . Hugmyndin að baki splæsibrúun er að brúa bilið á milli punktanna með því að gera ráð fyrir að fallið  $Q$  sé margliða á hverju bili,  $[x_i, x_{i+1}]; i = 1, 2, \dots, N - 1$ . Við setjum því:

$$(29) \quad Q(x) = q_i(x); \quad x_i \leq x < x_{i+1}; \quad i = 1, 2, \dots, N - 1$$

Í þessari grein gerum við ráð fyrir því að margliðurnar séu af þriðja stigi á öllum bilum sem þarf að brúa. Mismunurinn frá bili til bils felst því í mismunandi stuðlum margliðunnar. Þar af leiðandi höfum við:

$$(30) \quad q_i(x) = \alpha_i(x - x_i)^3 + \beta_i(x - x_i)^2 + \gamma_i(x - x_i) + \delta_i; \quad x_i \leq x < x_{i+1}; \quad i = 1, 2, \dots, N - 1$$

Til að finna margliðuna fyrir hvert bil er nauðsynlegt að ákveða stuðlana  $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$  og  $\delta_i$ . Þegar því takmarki er náð höfum við brúað öll bilin milli punktanna  $(x_i, y_i); i = 1, 2, \dots, N$ . Til þess að tengja margliðurnar saman þarf viðbótarskilyrði þar sem margliðurnar mætast. Þessi skilyrði leiða til tengsla sem gera ákvörðun fastanna  $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$  og  $\delta_i$  mögulega.

Algengast er að gera kröfu um að splæsiföllin sjálf, ásamt fyrstu og annari afleiðu þeirra, séu samfelld þar sem margliðurnar mætast. Þessum skilyrðum er fullnægt ef eftirfarandi gildir:

$$(31a) \quad q_i(x_i) = q_{i-1}(x_i)$$

$$(31b) \quad q'_i(x_i) = q'_{i-1}(x_i)$$

$$(31c) \quad q''_i(x_i) = q''_{i-1}(x_i).$$

Hér þýða merkin ' og '' fyrsta og önnur afleiða með tilliti til  $x$ . Út frá skilyrðum (31a) og þeirri kröfu að splæsifallið fari í gegnum alla punktana fæst að:

$$(32) \quad \begin{aligned} q_i(x_i) &= y_i = \delta_i \\ \delta_i &= \alpha_{i-1}(x_i - x_{i-1})^3 + \beta_{i-1}(x_i - x_{i-1})^2 \\ &\quad + \gamma_{i-1}(x_i - x_{i-1}) + \delta_{i-1}. \end{aligned}$$

Krafan um þjálni (31b og 31c) leiðir til eftirfarandi tengsla:

$$(33) \quad \begin{aligned} \gamma_i &= 3\alpha_{i-1}(x_i - x_{i-1})^2 + 2\beta_{i-1}(x_i - x_{i-1}) + \gamma_{i-1} \\ \beta_i &= 3\alpha_i(x_i - x_{i-1}) + \beta_{i-1}. \end{aligned}$$

Í jöfnu (30) eru óþekktar stærðir,  $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$  og  $\delta_i$ . Skilyrðin fyrir fyrstu og aðra afleiðu í (31) þurfa einungis að gilda í innri punktum tímabilsins. Fjöldi innri punkta er  $N - 2$  og því felur (31b,c) í sér  $2(N - 2)$  skilyrði. Samfelluskilyrðin (31a) þurfa hins vegar að gilda í öllum  $(N - 1)$ -punktunum. Samtals gefur þetta okkur einungis  $2(N - 2) + 2(N - 2) = 4N - 6$  jöfnur, tveimur færri en óþekktar stærðir. Til að bæta úr þessu verður að innleiða tvö viðbótarskilyrði. Tvær mismunandi splæsiaðferðir, sem byggjast á mismunandi jaðarskilyrðum, eru algengar, en þær eru skilgreindar á eftirfarandi hátt (de Boor, 2004):

- Með því að þvinga aðra afleiðu við endapunkta til að vera null fæst s.k. frjálst þriðja veldis splæsifall.
- Með því að krefjast þess að splæsiföllin séu hin sömu á fyrsta og öðru bilinu og á síðasta og næstsíðasta bilinu. Þetta leiðir til s.k. ekki-hnútur (e. *not-a-knot*) skilyrða.
- Þegar afleiðurnar á endapunktunum  $x_1$  og  $x_N$  eru gefnar er talað um klemmd (e. *clamped*) skilyrði.

Bæði skilyrðin að ofan minnka fjölda óþekkttra stærða um tvær og gera mögulegt að leysa jöfnur (32,33) fyrir alla fastana  $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i, \delta_i$ .

Til viðbótar jaðarskilyrðunum að ofan (sem voru sett til að gera mögulegt að finna ótvíræða lausn fyrir stærðirnar,  $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i, \delta_i$ ) er mögulegt að innleiða fleiri skilyrði sem splæsiföllin þurfa að fullnægja. Við nýtum þennan möguleika til að stýra enn frekar heildarlögun splæsifallanna fyrir mismunandi markaðsgögn. Hvernig við veljum þessi viðbótarskilyrði fer eftir kringumstæðum hverju sinni. Rétt er að geta þess að engin augljós leið er fær til að ákveða eðli þessara skilyrða. Tvennt ræður þó mestu um það hvernig þau eru valin:

- Vaxtaverkfæri, sem ekki voru notuð til að setja vaxtarófið saman, en þurfa þó að samræmast vaxtarófinu;

- Viðbótarþvinganir, sem þykir eðlilegt að setja á vaxtarófið, sérstaklega framvirka vexti, vegna sveiflukenndrar hegðunar.

Skodanir markaðarins og almennt fánlegar upplýsingar geta haft áhrif á seinna atriðið, en mega þó ekki stangast á við verð vaxtaverkfæra sem verslað er með á markaði.

### 6.1. Mismunandi splæsipvinganir

Við ræðum nú stuttlega þær splæsipvinganir sem við beitum við greiningu vaxtarófs íslenska markaðarins. Frekari upplýsingar finnast í (de Boor, 2004).

*Þriðja stigs splæsifall:* Hefðbundin þriðja stigs splæsínálgun að gögnum. Krafist er samfelluskilyrða við hnúta þar sem nærliggjandi splæsivörp, ásamt fyrstu og annarri afleiðu þeirra, þurfa að vera samfelld. Jaðarskilyrðin geta annaðhvort verið frjáls eða ekki hnútur.

*Bilskipt þriðja stigs hermískt brúunarfall:* (e. *Piecewise Cubic Hermite Interpolating Polynomial* (PCHIP)). Hér er um að ræða þriðja stigs splæsínálgun sem varðveitir lögum punktanna  $(x, y)$ , þ.e.a.s. á bilum þar sem gögnin eru einhalla er splæsifallið  $q(x)$  einnig einhalla. Þetta næst með því að krefjast þess að fyrsta afleiða splæsifallanna sé samfelld í punktum á milli bila. Önnur afleiðan er hins vegar venjulega ekki samfelld í þessum punktum. Venjulegt þriðja stigs splæsifall er þjálá en PCHIP þar sem önnur afleiðan er gerð samfelld og þar af leiðandi gefur það betri mynd af gögnunum og truflunum sem geta verið í þeim. PCHIP er hins vegar stöðugra og leiðir síður til sveifna, sem oftast eru mjög óæskilegar.

*Þjálguð splæsiföll* (e. *smooth splines*): Hér er um að ræða þjálgað þriðja stigs splæsifall, sem gegnir mikilvægu hlutverki við samsetningu vaxtarófa. Vegna mikilvægis þessarar aðferðar ræðum við hana nokkuð náið hér á eftir.

Einn helsti ókosturinn við notkun þriðja stigs splæsifalla er að þau leiða gjarnan til sveiflukennds vaxtarófs. Þetta á sérstaklega við um framvirku vextina. Mögulegt er að hafa nokkurn hemil á þessu fyrirbæri með því að innleiða kostnaðarfall með nokkurs konar refsilið. Iðulega er notast við refsilið sem er önnur afleiða af nálgunarfallinu og

er því mælikvarði á sveigju vaxtarófsins. Ef refsiliðnum er bætt við upphaflega kostnaðarfallið (21) fæst nýtt kostnaðarfall (de Boor, 2004):

$$(34) \quad \hat{\Omega}(t) = \rho\Omega(t) + (1 - \rho) \int_0^t Q''(\tau) d\tau.$$

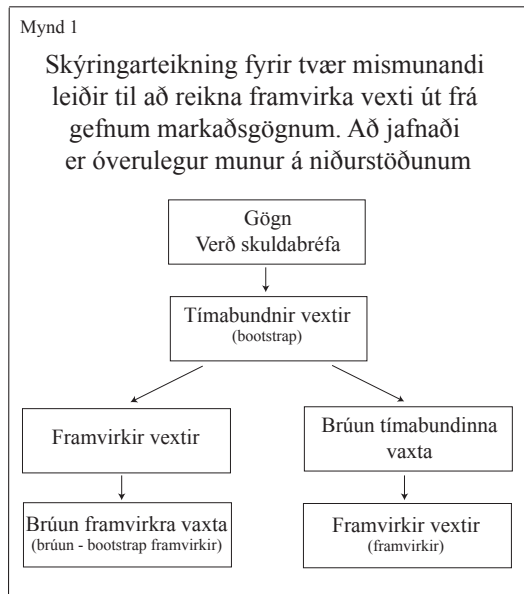
Fyrri liðurinn reynir að lágmarka fráviknið frá verði þeirra bréfa sem notuð eru til að smíða vaxtaferilinn, jafna (21). Seinni liðurinn reynir hins vegar að lágmarka aðra tímaafleiðu vaxtaferilsins, sem jafngildir því að lágmarka sveigju hans. Á þennan hátt er dregið úr óreglulegu eða sveiflukenndu háttarni vaxtaferilsins. Jafnvægið á milli þessara tveggja markmiða (samtíma lágmarkun skekkju og sveigju) stjórnast af stærðinni  $\rho$ , sem liggur á bilinu  $0 \leq \rho \leq 1$ . Ef  $\rho = 0$  er einungis reynt að draga úr sveigjunni og ferillinn sem fæst er bein lína. Það leiðir venjulega til mikillar ónákvæmni. Ef hins vegar  $\rho = 1$  er einungis reynt að lágmarka skekkju í verðlagningu og ferillinn getur orðið óreglulegur þar sem hann þræðir alla vaxtapunkta. Hugmyndin er að ferillinn, sem finnst með réttu vali á  $\rho$ , innihaldi eins miklar upplýsingar og mögulegt er án þess að taka tillit til truflana í gögnunum.

### 6.2. Mismunandi leiðir til að reikna framvirka vexti

Áður en við beitum umræddum splæsiaðferðum lýsum við tveimur mismunandi aðferðum sem við notum til að reikna framvirka vexti, mynd 1. Í báðum tilfellum byrjum við á því að nota bootstrap-aðferðir til að finna strjála vaxtapunkta út frá markaðsverði skuldabréfa.

Fyrsta aðferðin, sem er lýst á vinstri hlið á mynd 1, reiknar framvirka vexti beint út frá strjálum vaxtapunktum tímabundinna vaxta. Síðan eru tímabundnu vaxtapunktarnir og framvirku vaxtapunktarnir brúaðir hvor í sínu lagi með notkun mismunandi brúunaraðferða. Í þessu tilfelli tölum við um bootstrappað framvirkt vaxtaróf eða „brúun – bootstrap framvirkir“ (sjá texta með myndum). Í seinni aðferðinni, sem er lýst á hægri hlið á mynd 1, brúum við á milli strjálá tímabundinna vaxtapunkta, sem fundust með bootstrapping út frá markaðsverði skuldabréfa. Síðan finnum við framvirku vextina út frá samfellda tímabundna vaxta-

rófinu. Í þessu tilfalli tölum við einfaldlega um framvirkir vaxtaróf eða „framvirkir“ (sjá texta með myndum). Í mörgum tilfellum er munurinn á milli framvirkju vaxtarófanna sem finnast með þessum tveimur aðferðum óverulegur, þótt nokkrar undantekningar geti verið á því, sjá seinna. Til að greina á milli mismunandi leiða til að reikna framvirka vexti notum við orðin í svigunum á mynd 1 sem texta með mörgum myndum seinna í greininni.



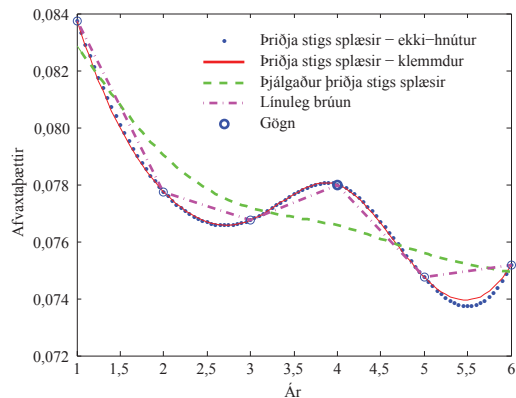
Tafla 2

Þriðji dálkur gefur upp framvirka vexti sem eru reiknaðir út frá tíma- bundnum vöxtum í miðdálki

Tími [ár]	Tímabundnir vextir	Framvirkir vextir
1	0,08375	0,08375
2	0,08175	0,07775
3	0,0805	0,07675
4	0,08	0,078
5	0,0785	0,07475
6	0,0775	0,075167

Mynd 2

Grögin sýna mismunandi brúun fyrir framvirku vextina í töflu 3



### 6.3 Dæmi

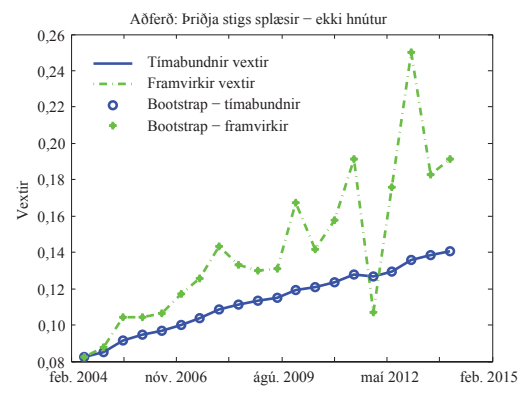
Áður en við snúum okkur að greiningu vaxtarófs íslenska markaðarins skoðum við tvö dæmi sem sýna greinilega mismunandi niðurstöður sem fást við notkun mismunandi splæsifalla.

*Dæmi 1.* Við lítum á tímabundna vexti og framvirka vexti sem spanna sex ára tímabil og eru gefnir í töflu 2. Framvirkju vextirnir eru reiknaðir út frá tímabundnu vöxtunum með því að nota jöfnur (1) og (4). Með því að beita mismunandi aðferðum við brúun framvirkju vaxtanna fáum við gröf með mismunandi lögun, háð því hvaða aðferð er notuð. Þetta er sýnt á mynd 2.

Mynd 2 sýnir niðurstöður fjögurra mismunandi aðferða, þriggja mismunandi splæsiaðferða og línulegrar brúunar. Augljóst er af þessu að hver aðferð leiðir til mismunandi lögunar fyrir fram-

Mynd 3

Myndin sýnir tímabundnu vextina sem voru reiknaðir í töflu 1, ásamt framvirkju vöxtunum sem eru reiknaðir út frá tímabundnu vöxtunum



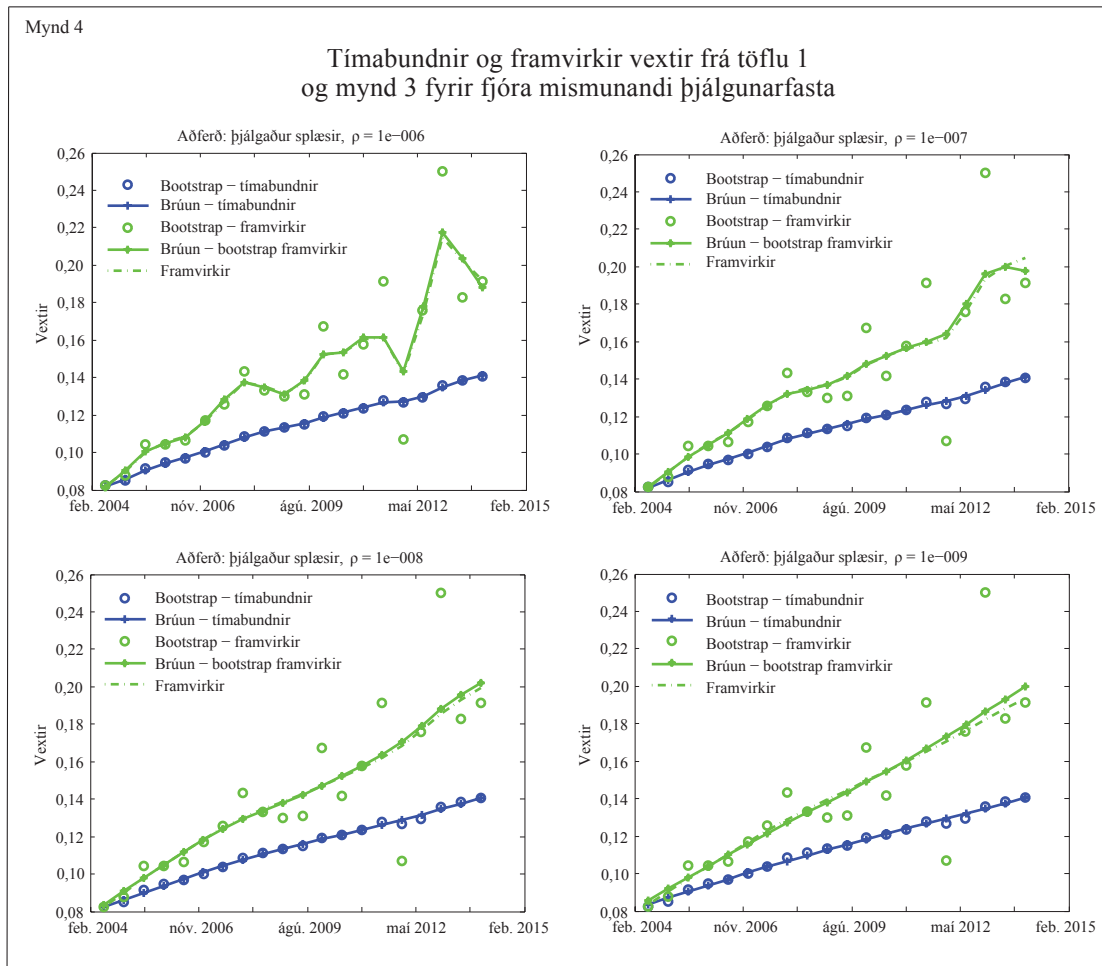
virka vaxtarófið. Niðurstöðurnar sýna að mismunandi jaðarskilyrði fyrir splæsiföllin, ekki-hnútur og klemmdur (de Boor, 2004) hafa í þessu dæmi lítil áhrif á niðurstöðurnar. Allir ferlarnir, nema sá sem kemur frá notkun þjálgæðs splæsifalls, fara í gegnum gagnapunktana og samræmast því að fullu markaðsverði þeirra bréfa sem notuð voru við samsetningu vaxtarófsins. Munurinn á milli aðferðanna kemur fyrst og fremst til af því hvernig bilin á milli föstu punktanna eru fyllt. Það geta því verið önnur gögn, svo sem markaðsverð annarra verkfæra, sem styðja eina brúunaraðferð frekar en aðra.

*Dæmi 2.* Við notum skuldabréfin sem gefin eru upp í töflu 1 (Fabozzi, 2001). Við beitum boot-

strapping og síðan þriðja stigs splæsifalli. Mynd 3 sýnir niðurstöðurnar ef engri þjálgun er beitt. Vegna fjölda notaðra bréfa er nær enginn mismunur á milli línulegrar brúunar og notkunar mismunandi splæsiaðferða.

Augljóst er af niðurstöðunum á mynd 3 að framvirka vaxtarófið er mjög sveiflukennt. Það er ekki raunhæft að markaðsvæntingar um framtíðarvexti taki jafn miklum breytingum yfir jafn stutt tímabil og framvirka vaxtarófið segir til um. Í þessu tilfelli gripum við því til þess að beita þjálguðu splæsifalli til að draga úr þessum sveiflum.

Mynd 4 sýnir hvernig mögulegt er að finna þjálgæðra vaxtaróf fyrir framvirka vexti með því



að beita þvingunaraðferðum í samræmi við (34). Við sýnum niðurstöður fyrir fjóra mismunandi þjálgunarfasta.

Reynslan af þeim athugunum sem við höfum gert með mismunandi gögnum sýnir að þegar notast er við þriðja stigs splæsiföll hafa jaðarskilyrðin, s.s. ekki-hnútur og klemmd tiltölulega lítil áhrif á lögun vaxtarófsins. Flest jaðarskilyrði, beitt á þriðja stigs splæsiföll, ná hins vegar ekki að koma í veg fyrir sveiflur í framvirka vaxtarófinu. Af þessum sökum munum við nær eingöngu takmarka athuganir okkar við notkun þvingaðra splæsifalla. Beita verður þjálgunaraðferðum hins vegar af varkárni, þar sem of mikil áhersla á þjálvt vaxtaróf getur leitt til rangrar verðlagningar vaxta-verkfæra (Bliss, 1997). Þessi atriði verða rædd nánar hér á eftir þegar við beitum þjálguðum splæsiföllum á íslenska vaxtarófið.

### 7. Íslenski skuldabréfamarkaðurinn

Íslenski skuldabréfamarkaðurinn hefur tekið miklum breytingum á undanföllum árum. Viðskipti með skuldabréf hafa stórukist og eru skuldabréf af mismunandi tegundum nú umtalsverður hluti af fjárfestingarsafni flestra stærri fjárfesta. Engu að síður er íslenski skuldabréfamarkaðurinn, enn sem komið er, tiltölulega skammt á veg kominn.

Mest viðskipti á skuldabréfamarkaði eru með ríkistryggð bréf, sem eru gefin út af Lánasýslu

ríkisins og Íbúðalánasjóði. Helstu kaupendur skuldabréfa eru lífeyrissjóðirnir ásamt verðbréfasjóðum og stórum fjárfestum. Nýlega hefur þó mikið átak verið gert til að kynna íslenska skuldabréfamarkaðinn fyrir erlendum fjárfestum. Hefur þessi viðleitni borið nokkurn árangur og eru erlendir fjárfestar orðnir allfyrirferðarmiklir á íslenskum skuldabréfamarkaði.

Ávöxtun ríkistryggðu bréfanna leggur grundvöllinn að áhættulausum vöxtum á íslenska markaðnum. Það er því helst greining þessara bréfa sem er notuð til samsetningar vaxtarófsins yfir meðallöng og lengri tímabil. Ríkistryggðu skuldabréfin eru annaðhvort verðtryggð eða óverðtryggð og er meðallíftími þeirra frá minna en einu ári til rúmlega 40 ára. Því eru forsendur fyrir því að setja saman hvort tveggja í senn, vaxtaróf fyrir nafnvexti og raunvexti. Tengslin á milli rófanna tveggja gefa upplýsingar um verðbólguvæntingar markaðarins. Vandamálið við greiningu slíkra væntinga er hins vegar fæð bréfanna og mismunandi líftími verðtryggðra og óverðtryggðra skuldabréfa. Í þessari grein skoðum við einungis óverðtryggð skuldabréf.

### 8. Óverðtryggð skuldabréf - nafnvextir

Óverðtryggð skuldabréf á íslenska markaðnum eru fá. Hér munum við einungis notast við fjögur óverðtryggð skuldabréf sem eru RIKV05 0315

Tafla 3

Helstu kennistærðir óverðtryggðu skuldabréfanna sem notuð eru. Gert er ráð fyrir gjalddaga þann 25. janúar 2005

	<i>Tegund</i>	<i>Útgáfu- dagur</i>	<i>Gildislok</i>	<i>Fyrstu vaxtagreiðslur</i>	<i>Vextir</i>	<i>Inn- kallanleg</i>	<i>Inn- leysanleg</i>	<i>Markaðsvirði (ma ISK)</i>
RIKV05	Affalla- Ríkisvixlar bréf	01.12.'04	15.03.05	*	0,0	Nei	Nei	7,0
RIBB07	Affalla- Ríkisbréf bréf	09.02.'01	09.02.'07	*	0,0	Nei	Nei	21,79
RIKB10	Vaxta- Ríkisbréf greiðslu- bréf	17.03.'04	17.03.'10	17.03.'05	7,00	Nei	Nei	8,89
RIKB13	Vaxta- Ríkisbréf greiðslu- bréf	17.05.'02	17.05.'13	17.05.'03	7,25	Nei	Nei	26,84



Tafla 4

Bréfin RIKV05 og RIKB07 eru affallabréf sem greiða höfuðstólinn við gildislok. RIKB10 og RIKB13 greiða 7 kr. og 7,25 kr. árlega vexti. Lokagreiðsla RIKB10 er 107 kr. þann 17. mars 2010 en lokagreiðsla RIKB13 107.25 er 17. maí 2013.

	15.03.05	17.03.05	15.05.05	17.03.06	15.05.06	09.02.07	17.03.07	15.05.07
RIKB07						100		
RIKB10		7		7			7	
RIKB13			7,25		7,25			7,25

(ríkisvixill), RIKB07 0209 (ríkisbréf), RIKB10 0317 (ríkisbréf) og RIKB13 0517 (ríkisbréf). Allar athuganir í þessari grein gera ráð fyrir gjalddaga þann 25. janúar 2005. Helstu kennistærðir bréfanna eru gefnar upp í töflu 3.

Hluti af fjárstreymisfylki þessara skuldabréfa er sýndur í töflu 4.

Með því að taka saman allar vaxtagreiðslur skuldabréfanna fjögurra finnum við að fjárstreymisfylkið er  $4 \times 19$ . Við getum notað fjárstreymisfylkið í töflu 4 og einfaldar bootstrap-aðferðir til að smíða vaxtaróf yfir gildistímabil bréfanna. Til að byrja með finnum við einungis tímabundna vexti og framvirka vexti fyrir fjórar dagsetningar, sem jafngilda lokagjalddaga bréfanna. Þetta eru dagsetningarnar í fjórða dálki í töflu 3.

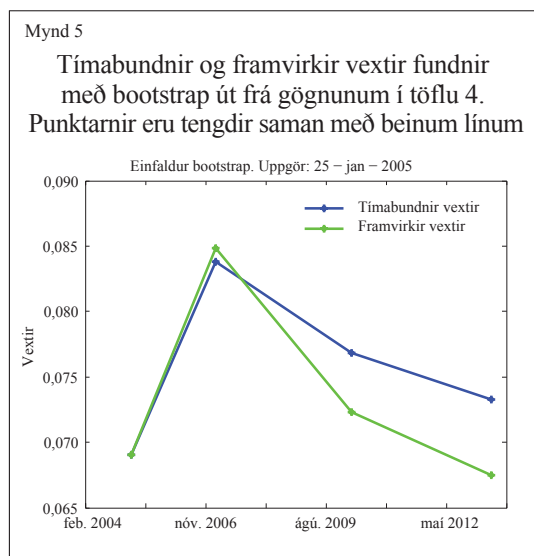
Með því að nota bootstrap fyrir lokagjalddaga bréfanna og tengja vaxtapunktana með beinum

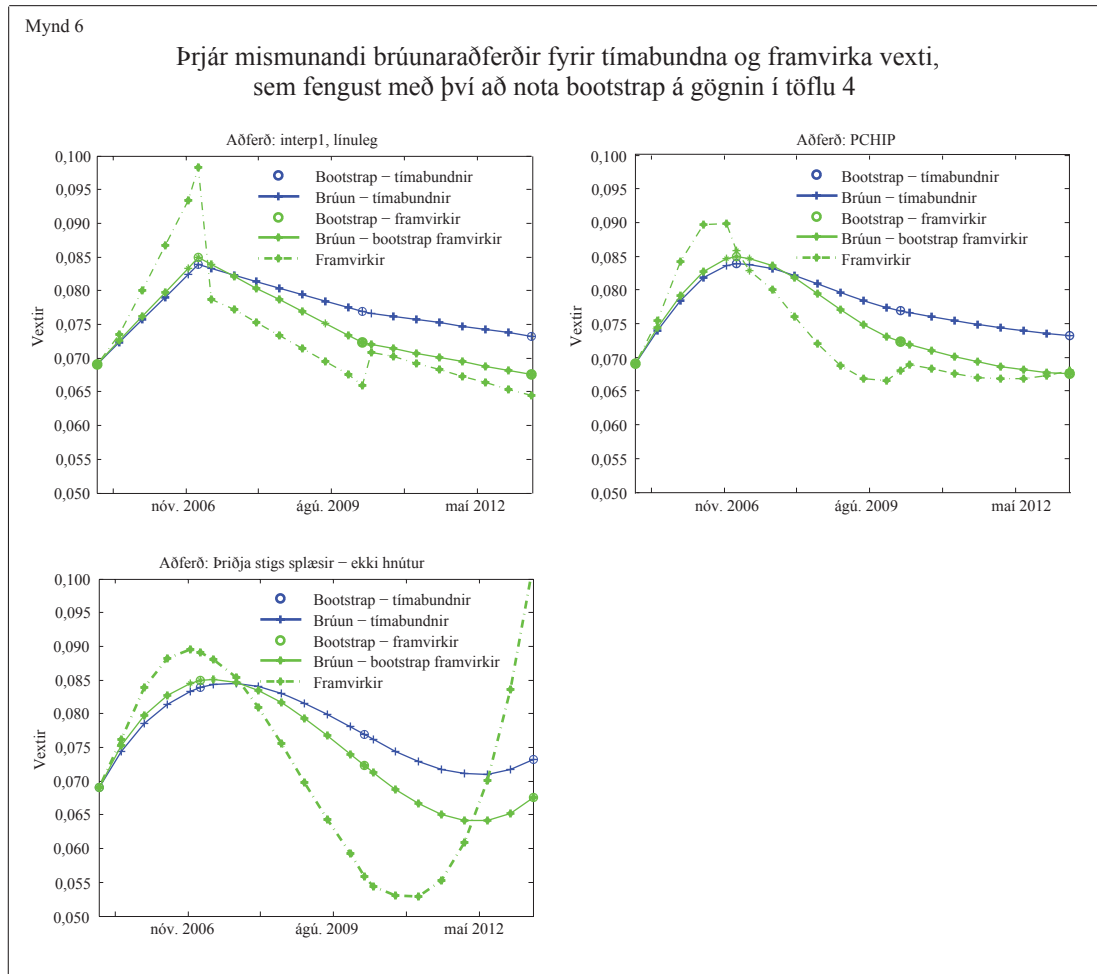
línun finnum við tímabundnu vextina sem sýndir eru á mynd 5. Framvirku vextirmir finnast síðan með því að nota (1) og (4). Þeir eru einnig sýndir á mynd 5.

Niðurstöðurnar sem fást á þennan hátt byggjast á verulegri einföldun, sem gerir ráð fyrir því að vaxtarófinninn finnist með því að tengja punktana fjóra með beinum línunum. Þegar enginn möguleiki er á nokkrum viðbótargögnum er þetta aðferð sem á nokkurn rétt á sér. A.m.k. gefur vaxtarófið upp rétt verð fyrir þau skuldabréf sem notuð voru til að smíða það.

Ef tilgangurinn með vaxtarófinu er að verðleggja önnur skuldabréf eða vaxtaverkfæri, sem ekki voru notuð til að setja saman vaxtarófið og hafa gjalddaga sem ekki fellur saman við gjalddaga notaðra skuldabréfa, má rökstyðja annars konar brúun milli vaxtapunkta en með beinni línu (Waggoner, 1997). Til að ákveða brúunaraðferð er í rauninni engan stuðning að fá beint frá markaðnum annan en verð á markaðsverkfærum. Mynd 6 sýnir niðurstöður þriggja aðferða, línulega brúun, PCHIP og þriðja stigs splæsifall. Í öllum tilfellum fer vaxtarófið í gegnum fasta tímapakta, sem svara til lokagjalddaga bréfanna. Brúunaraðferðirnar reikna síðan til viðbótar þessum punktum 20 vaxtagildi fyrir tímapakta, sem eru jafndreifðir á milli fyrsta og síðasta lokagjalddaga. Í þessu tilfelli tölum við um 20 punkta brúun.

Í sumum tilfellum leiðir brúun vaxta til sveiflujans háttæris, sérstaklega fyrir framvirka vexti, eins og rætt var að ofan, sjá mynd 3. Þetta kemur fyrst og fremst til vegna þess, hversu viðkvæmir framvirkir vextir eru gagnvart breytingum á tímabundnum vöxtum. Ýmsar leiðir eru mögulegar til að draga úr sveiflukenndu háttæri framvirkra





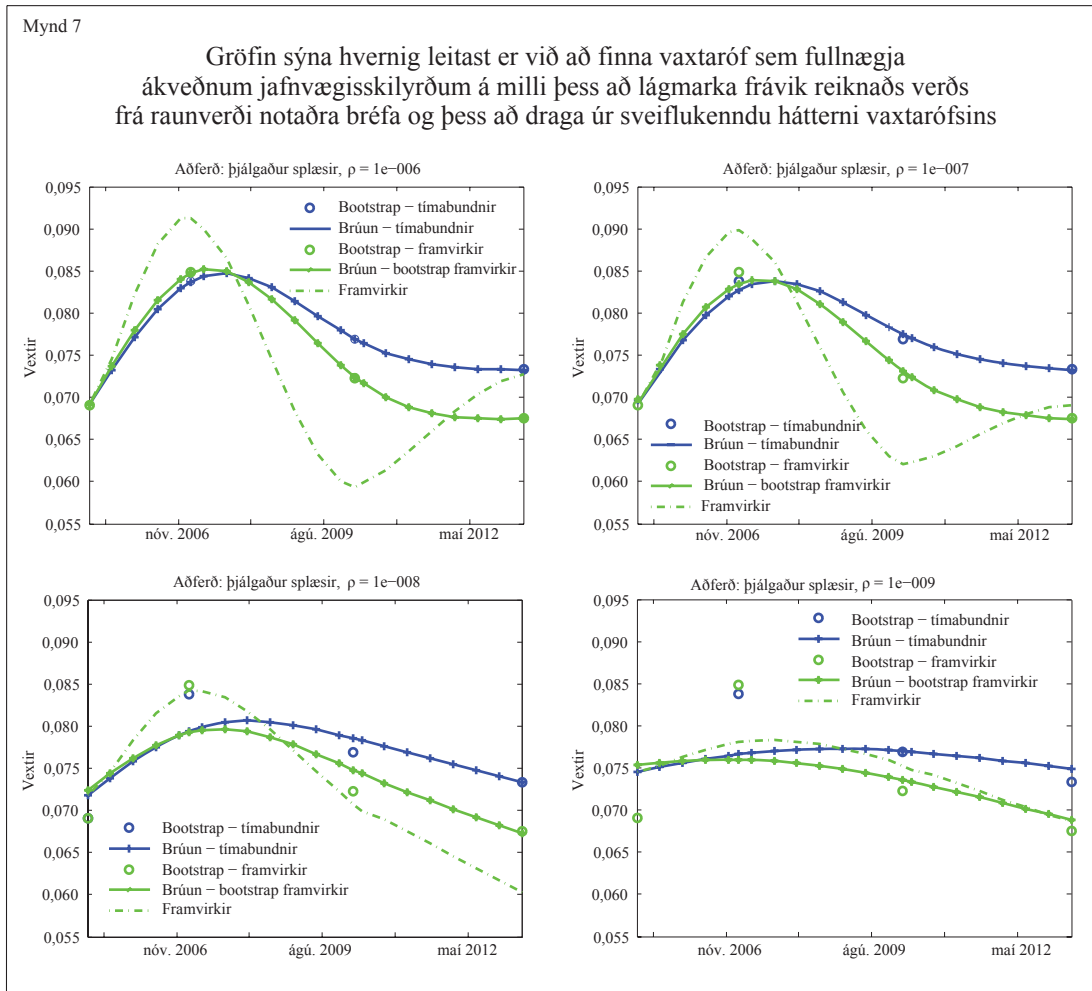
vaxta og þarf oft að treysta á innsæi og reynslu frekar en haldgóð fræðileg rök.

Með því að beita þvingaðri bestun, í samræmi við það sem rætt var að ofan (sjá hluta 6), verður nokkur breyting á háttæmi vaxtarófanna. Samsetning vaxtarófsins, út frá gefnum gögnum, byggist nú á því að finna ásættanlegt jafnvægi annars vegar á milli lágmarkunar skekkju, miðað við aðferð minnstu fervika, og hins vegar að finna þjálan vaxtaferil. Áhrifin sem þessi aðferð hefur á íslenska nafnvaxtarófið koma fram á mynd 7 fyrir fjögur mismunandi gildi á þjálgunarstærðinni  $\rho$ .

Eftir því sem stærðin  $(1 - \rho)$  stækkar, því þjálli verða vaxtarófin. Af mynd 7 er augljóst að við þetta verður ris vaxtarófsins minna og þar af

leiðandi dregur úr framlagi fyrsta vaxtapunktsins. Það getur verið varhugavert að nota of há gildi fyrir stærðina  $(1 - \rho)$ , sérstaklega þegar skuldabréfin eru jafn fá og raun ber vitni. Þetta vandamál kemur skýrt fram í þessu tilfalli, þar sem það er í rauninni einungis eitt bréf sem ber ábyrgð á öllu risi vaxtarófsins í upphafi. Hin þrjú bréfin liggja nánast á beinni línu. Þetta sýnir einfaldlega að það er ekki auðvelt að setja saman nafnvaxtarófið mörg ár fram í tímann með því að nota einungis fjögur skuldabréf, sem er þó allt sem íslenski markaðurinn býður upp á.

Eitt vandamál við vaxtarófið að ofan er að það nær ekki til skemmri tíma en eins árs. Þekking á skammtíma vaxtarófinu er hins vegar nauðsynleg



til að verðleggja og baktryggja vaxtaafleiðusamninga til skemmri tíma, svo sem skipta- og þak-/gólf-samninga. Til þess að smíða vaxtarófið fyrir skemmri tímalengdir grípum við til þess ráðs að nota REIBOR-vexti.

### 9. Notkun REIBOR-vaxta fyrir skammtíma vaxtaróf

Íslenski markaðurinn gefur daglega upp REIBOR-vexti fyrir eftirfarandi gildistímabil; 1d, 1v, 2v, 1m, 2m, 3m, 6m, 9m, 12m. Við ræðum nú möguleikann á því að nota REIBOR-vexti til að setja saman stutta enda vaxtarófsins. Hafa verður þó í

huga að ýmis vandamál koma upp þegar þetta er reynt. Þau helstu eru:

- Einhver áhættuþóknun er fólgin í REIBOR-vöxtum þar sem þessir vextir gilda fyrir milli-bankalán og eru því ekki fullkomlega áhættulausir, líkt og lán með ríkisábyrgð;
- REIBOR-vextir eru langtum óstöðugri en ávöxtunarkrafa skuldabréfa og þar af leiðandi vaxtaróf áhættulausra skuldabréfa.

Aðferðafræðin, sem við notum, er að gera ráð fyrir affallabréfum, sem hafa sömu líflengd

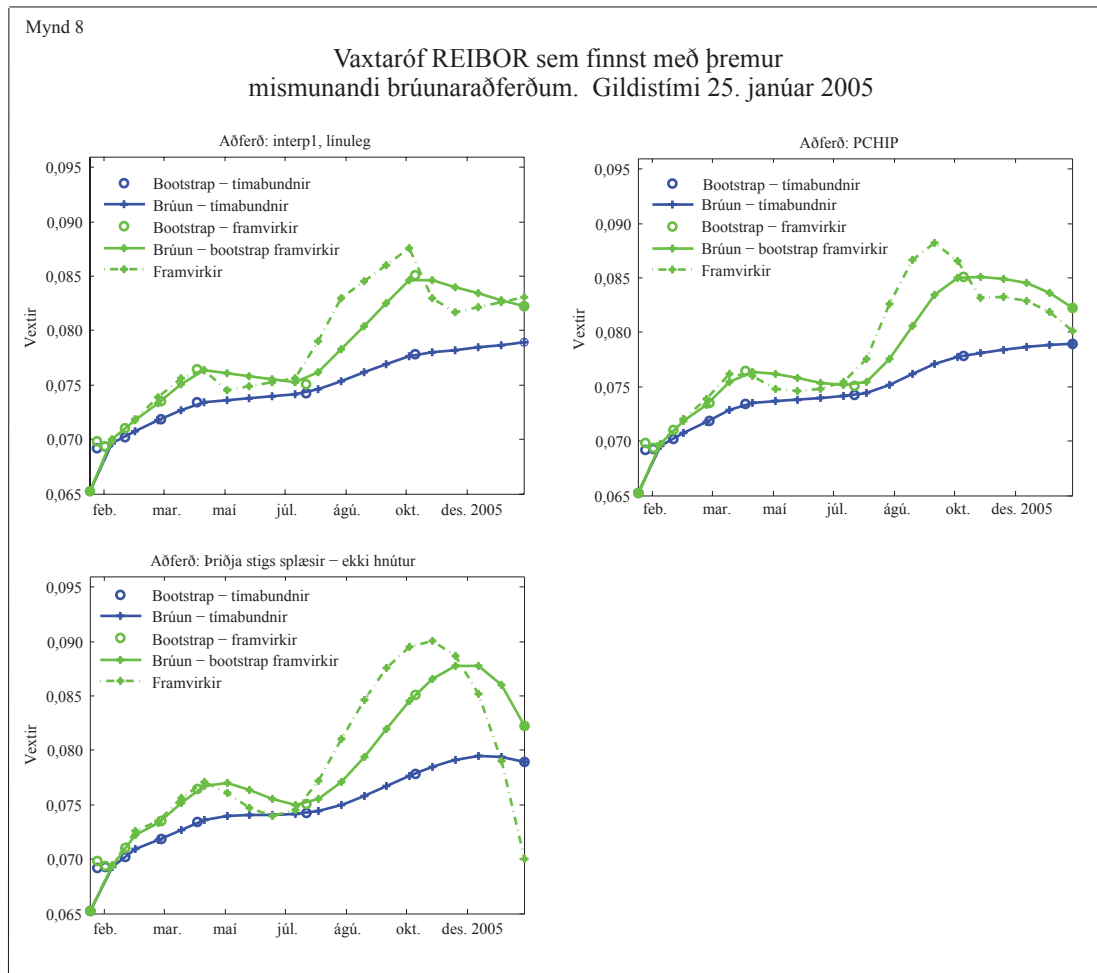
og REIBOR-veftirnir og greiða eina nafneiningu gjaldmiðils á gjalddaga. Verð bréfs í dag, á tíma  $t$ , sem greiðir eina krónu eftir tímann  $T - t$  er því:

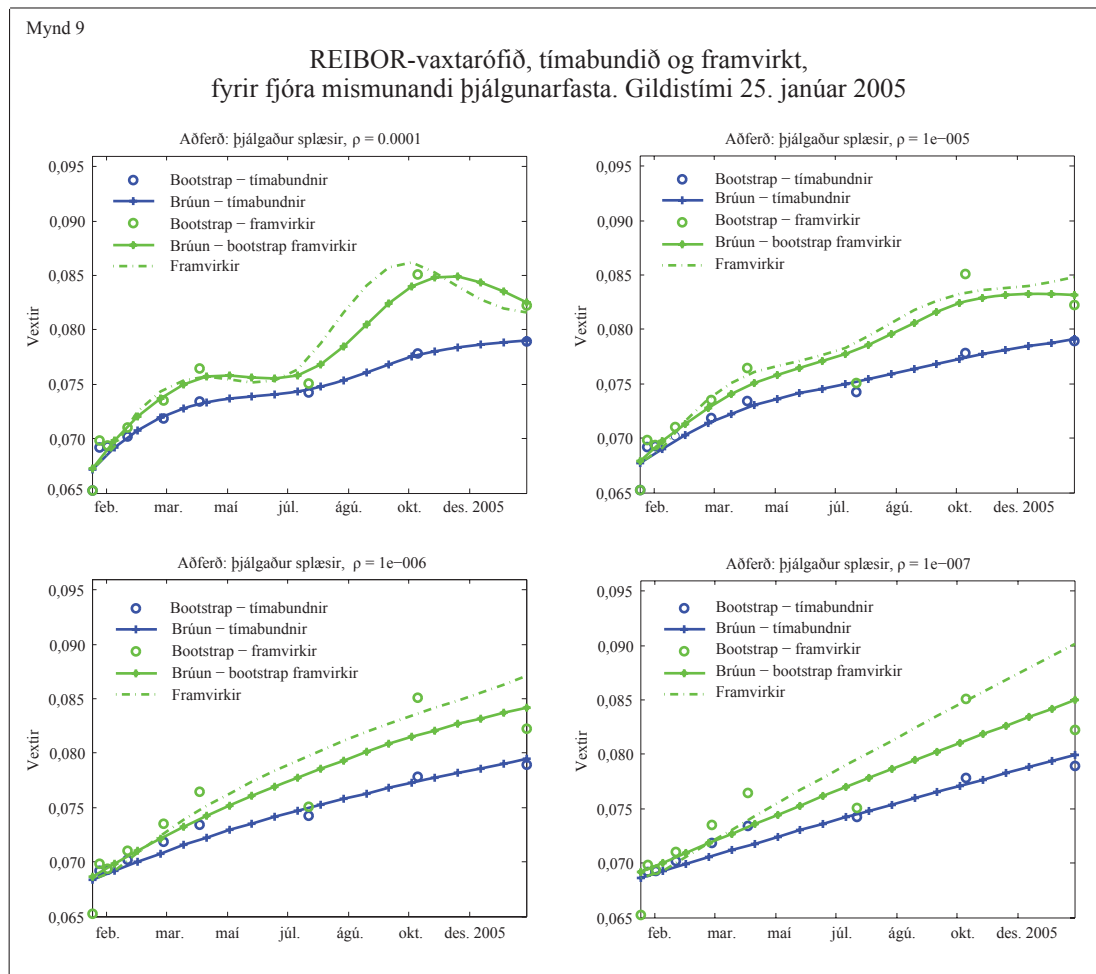
$$(35) \quad P(t, T_i) = \frac{1}{1 + R(t, T_i)\alpha(t, T_i)}$$

Stærðin  $\alpha(t, T_i)$  mælir tímann á milli  $t$  og  $T_i$  samkvæmt þeirri dagareglu (e. *day count convention*) sem notuð er hverju sinni. Við notum svokallaða raun/360- (e. *act/360*) reglu þar sem gert er ráð fyrir 360 dögum í árinu og telur síðan dagana á milli tímanna  $t$  og  $T_i$ . Aðrar reglur eru einnig notaðar en verða ekki ræddar hér.

Á þennan hátt höfum við níu affallabréf með gildistíma frá einum degi til eins árs. Við getum því bætt þessum bréfum við safn óverðtryggðra bréfa til að smíða vaxtarófið frá einum degi upp í 9 ár. Áður en við notum REIBOR-vefti til að framlengja vaxtarófið til skemmri tíma skoðum við vaxtarófið sem fæst með affallabréfunum í jöfnu (35). Síðan tengjum við vaxtarófin tvö saman. Mynd 8 sýnir vaxtarófið fyrir eitt ár frá 25. janúar 2005, sem við finnum með því að nota mismunandi brúunaraðferðir.

Það er augljóst af þessu að eins árs vaxtaróf REIBOR-vaxta er nokkuð óreglulegt og því eðlilegt að þjálga það með aðstoð þjálgaðra splæsifalla.





Annar möguleiki er að þjálga gögnin sjálf áður en á þau er beitt mismunandi brúunaraðferðum. Það er hins vegar ekki ljóst hvernig slík þjálgun ætti að fara fram og því kjósum við fyrri möguleikann. Mynd 9 sýnir tímabundna og framvirka vexti þar sem fjögur mismunandi gildi hafa verið valin fyrir þjálgunarfastann.

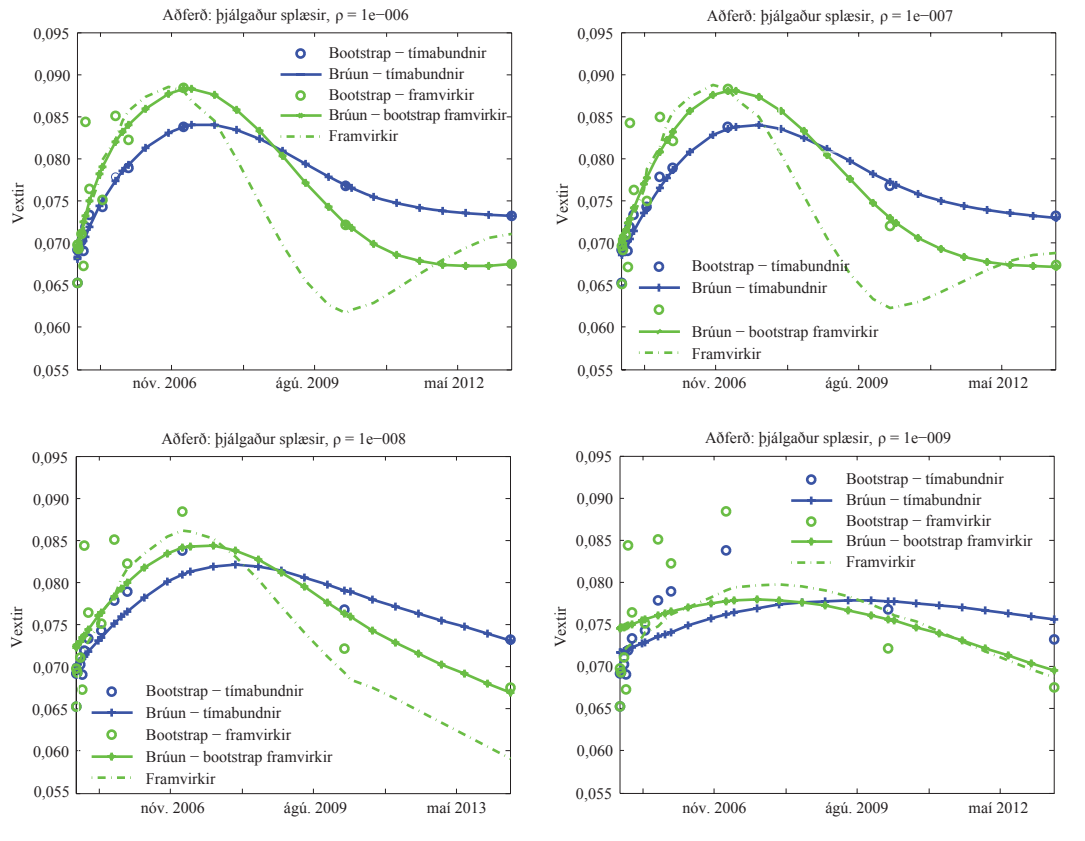
Næst snúum við okkur að því að setja saman vaxtaróf með því að nota hvort tveggja í senn, REIBOR-vexti og verð óverðtryggðra ríkisskuldabréfa. Mynd 10 sýnir niðurstöðurnar fyrir fjóra mismunandi þjálgunarfasta.

Eftir því sem þjálgunarstuðullinn stækkar, þ.e. stærð  $\rho$  lækkar, því þjálfi verða vaxtarófin. Ef markaðurinn býður ekki upp á fleiri verkfæri, sem geta nýst til ákvörðunar vaxtarófsins, er illmögulegt að ákveða hvaða þjálgunarstuðull eigi best við hverju sinni. Við drögum saman vaxtagildin fyrir mismunandi langa gildistíma og þrjú mismunandi þjálgunarfasta í töflu 5.

Út frá niðurstöðunum að ofan, sérstaklega myndum 7 og 10, er ljóst að það getur verið erfitt að samræma nákvæmt vaxtaróf hugmyndinni um þjálft vaxtaróf. Vitanlega þarf að fara bil beggja.

Mynd 10

Tímabundin og framvirk vaxtaróf sem finnast með því að nota fjögur óverðtryggð ríkisskuldabréf og REIBOR-vexti. Notast er við fjóra mismunandi þjálgunarfasta. Gildistími 25. janúar 2005



Tafla 5

Fyrsti dálkur sýnir gildistíma vaxtanna. Tímabundnir vextir eru sýndir í öðrum, fimmta og áttunda dálki. Í þriðja, sjötta og níunda dálki eru sýndir brúaðir bootstrapp-framvirkir vextir. Fjórði, sjöundi og tíundi dálkur sýna framvirka vexti.

Dagsetning	$\rho = 10^{-7}$			$\rho = 10^{-8}$			$\rho = 10^{-9}$		
	Tíma- bil	Boot. framv.	Framv.	Tíma- bil	Boot. framv.	Framv.	Tíma- bil	Boot. framv.	Framv.
26. 1. '05	0,068757	0,068757	0,070386	0,070007	0,070007	0,072328	0,071626	0,071626	0,07453
5. 7. '05	0,073752	0,073783	0,077102	0,073106	0,073125	0,076009	0,072768	0,072775	0,075454
11. 12. '05	0,0779	0,082083	0,082337	0,075925	0,078765	0,079245	0,073854	0,074948	0,076296
20. 5. '06	0,080932	0,087029	0,085794	0,078262	0,08296	0,08175	0,074835	0,076805	0,07699
27. 10. '06	0,082904	0,088844	0,087684	0,080052	0,085443	0,083451	0,075686	0,078246	0,077503
4. 4. '07	0,083919	0,087991	0,088164	0,081266	0,086133	0,084316	0,076388	0,079205	0,077816
11. 9. '07	0,084104	0,08503	0,08743	0,081917	0,085182	0,084382	0,076936	0,07968	0,077922
17. 2. '08	0,083622	0,080726	0,085748	0,08209	0,083128	0,083786	0,077341	0,079774	0,077843
26. 7. '08	0,082638	0,075741	0,083387	0,081872	0,080343	0,082671	0,077615	0,079546	0,077599
2. 1. '09	0,081319	0,070764	0,080615	0,081353	0,077187	0,081182	0,077773	0,079038	0,077214
10. 6. '09	0,079831	0,066477	0,077703	0,08062	0,074032	0,079465	0,077827	0,07831	0,076708
17. 11. '09	0,078339	0,063479	0,074921	0,079762	0,071203	0,077663	0,07779	0,077418	0,076104
26. 4. '10	0,077009	0,062437	0,072536	0,078867	0,069054	0,075921	0,077675	0,076409	0,075424
2. 10. '10	0,075942	0,063182	0,070707	0,077995	0,067562	0,074331	0,077494	0,075323	0,074685
11. 5. '11	0,075113	0,064366	0,069376	0,077149	0,066171	0,072881	0,077256	0,074173	0,073898
17. 8. '11	0,074482	0,065671	0,06846	0,076323	0,064793	0,071547	0,076972	0,072997	0,073069
24. 1. '12	0,07401	0,06694	0,067875	0,075513	0,063411	0,070307	0,07665	0,071829	0,072207
2. 7. '12	0,073657	0,067997	0,06754	0,074716	0,061974	0,069137	0,0763	0,070694	0,071321
8. 12. '12	0,073383	0,068718	0,06737	0,073928	0,060534	0,068014	0,075931	0,069657	0,070418

## 10. Samantekt

Í þessari grein höfum við rætt aðferðir til að smíða vaxtaróf með því að notast við óverðtryggð skuldabréf sem verslað er með á íslenska markaðnum. Út frá tímabundna vaxtarófinu finnum við einnig framvirka vaxtarófið. Við notum REIBOR-vexti til að smíða vaxtarófið fyrir skemmri gildistíma.

Ýmis vandamál koma upp þegar reynt er að smíða vaxtaróf fyrir íslenska markaðinn. Helst er það að skuldabréf sem verslað er með eru fá. Þetta hefur það í för með sér að smíða þarf vaxtaróf fyrir löng tímabil út frá einungis örfáum vaxtapunktum. Því færri sem punkturnir eru því fleiri leiðir eru til að smíða samfellt vaxtaróf sem fer í gegnum þá. Í slíkum tilfellum er vaxtarófið ekki ótvírætt ákvarðað, þar sem mismunandi vaxtaróf geta samræmst markaðsverði notaðra skuldabréfa. Því er

mikilvægt að hafa eins mörg skuldabréf og unnt er, þar sem það dregur úr margræðni vaxtarófsins.

Hægt er að fást við vandamál fárra vaxtapunkta með því að gera kröfur varðandi samfældni og þjálfni ferilsins sem tengir vaxtapunktana. Þetta er gert með því að bæta refsilið við kostnaðarfallið, sem síðan er lágmarkað, t.d. með aðferð minnstu fervika. Refsiliðurinn er í réttu hlutfalli við aðra afleiðu vaxtaferilsins og tengist því sveigju hans. Hlutfallslegt vægi refsiliðarins stýrir jafnvæginu á milli rétrar og þjállar lögunar vaxtarófsins. Eftir því sem fleiri skuldabréf eru notuð því ótvíræðari verður ferillögunin og því auðveldara er að smíða vaxtarófið, án þess að þurfa að ákveða gildi þjálgunarstærðarinnar.

Við sýnum að framvirka vaxtarófið sveiflast oft verulega mikið frá einum tíma til annars. Þótt

engin fræðileg rök séu fyrir því að framvirka vaxtarófið eigi ekki að sveiflast, er slíkt háttæni óæskilegt, sérstaklega ef nota á vaxtarófið til að verðleggja einfaldar vaxtaafleiður. Í þessum tilfellum aukum við vægi liðarins sem refsar fyrir sveiflu framvirku vaxtanna, en á sama tíma eykst ónákvæmni aðlögunarinnar.

Við notum REIBOR-vexti til að framlengja vaxtarófið til skemmri tíma með því að innleiða níu ný affallabréf með sömu líflengd og REIBOR-vextir. Þessi bréf eru síðan notuð, ásamt óverðtryggðum skuldabréfum, til að smíða vaxtaróf frá einum degi um í níu ár.

### Viðauki

Í grein 4 ræddum við tilfelli þar sem fjöldi jafna var jafn fjölda óþekkttra. Því var mögulegt að finna lausnir, annaðhvort með beinni ítrekun eða með því að búa til safn bréfa sem hefur rétta tímalengd. Ef fjöldi jafna (fjöldi bréfa) er meiri en fjöldi óþekkttra stærða (fjöldi afvöxtunarpáttar) er jafna (11) ofákvörðuð. Ólíklegt er að sú staða komi upp á íslenska markaðnum þar sem fjöldi bréfa er ekki mikill. Við ræðum þetta tilfelli því ekki frekar. Í þessum viðauka ræðum við á almennan hátt aðferðir sem notaðar eru til að draga úr fjölda óþekkttra þannig að hann verði jafn fjölda jafna. Að því loknu er mögulegt að leysa fylkið (11) eftir hefðbundnum leiðum.

Vandamál íslenska markaðarins er að fjöldi bréfa er iðulega minni en fjöldi óþekkttra stærða. Undir slíkum kringumstæðum er jafna (11) vanákvörðuð og hefur því margar lausnir sem hver um sig lágmarkar ferningssummuna í jöfnu (21). Með því að beita aðferð gerviandhverfra fylkja (Moler, 2004) er hins vegar hægt að finna lausnir sem gera hvort tveggja í senn, lágmarka afgangsskekkjuna og hafa minni staðlaða lengd en allar aðrar lausnir. Þessi möguleiki, sem hefur ýmsa kosti, verður athugaður nánar á öðrum vettvangi.

Ein leið til að taka á þessu vandamáli er að fækka óþekktum stærðum með því að gera ráð fyrir tengslum á milli þeirra, en með réttum fjölda

Á meðan ekki er boðið upp á fleiri vaxtaverkfæri á íslenska markaðnum, er fátt sem hægt er að hafa að leiðarljósi við smíðar þjáls vaxtarófs. Í ljósi þeirra breytinga sem hafa átt sér stað á íslenska markaðnum á undanförmum árum er trúlegt að fjölbreytni vaxtaverkfæra eigi eftir að aukast á komandi árum. Það er margt sem mælist með aukinni útgáfu óverðtryggðra skuldabréfa. Ný verkfæri munu gera okkur kleift að smíða áhættulausa nafnvaxtarófið fyrir íslenska markaðinn með meiri nákvæmni en mögulegt er í dag. Fyrst þá munu þær aðferðir sem ræddar hafa verið í þessari grein nýtast að fullu.

tengsla er hægt að fækka óþekktum stærðum þannig að þær verði jafn margar og jöfnurnar. Það getur hins vegar verið vandkvæðum bundið að ákvarða þau tengsl sem notuð eru. Mögulegt er að gera ráð fyrir tengslum á milli tímabundinna vaxta eða afvöxtunarpáttar fyrir mislöng tímabil. Við ræðum þessa aðferðafræði fyrst á almennan hátt með hliðsjón af tímabundnum vöxtum, en lítum síðan á tvö einföld dæmi, annað fyrir tímabundna vexti en hitt fyrir afvöxtunarpætti.

Mengið  $T_K = \{T_{N_1}^{(1)}, T_{N_2}^{(2)}, \dots, T_{N_K}^{(K)}\}$  gefur þá tíma sem bréfin  $K$  borga höfuðstól og síðustu vaxtagreiðslur. Þetta eru því þeir tímar sem bréfin renna út á. Fjöldi þessara tíma er jafn fjölda skuldabréfanna. Við göngum nú út frá því að hægt sé að skrifa  $R(t, T_j^{(k)})$  fyrir  $1 \leq k \leq K, 1 \leq j \leq N_k - 1$  sem margliðufall af tímabundnum vöxtum  $R(t, T_{N_k}^{(k)})$ ,  $k=1, \dots, K$  sem samsvara til lokatíma bréfanna. Nánar tiltekið, ef  $\tau_k \in (T_{N_{k-1}}^{(k-1)}, T_{N_k}^{(k)})$  þá er:

$$(V1) \quad R(t, \tau_k) = \sum_{j=0}^g \left[ \sum_{l=1}^K \Theta_{k,j}^{(l)} R(t, T_{N_l}^{(l)}) \right] \tau_k^j,$$

þar sem  $g$  gefur stig margliðunnar.

Við athugum sértilfelli. Með því að setja  $T_i^{(k)}; k=1, \dots, K; i=2, \dots, N_k-1$  inn fyrir  $\tau_k$  og setja  $g=3$  finnst:

$$(V2) \quad R(t, T_i^{(n)}) = \sum_{l=1}^K A_{k,i}^{(n,l)} R(t, T_{N_l}^{(l)}),$$



þar sem:

$$(V3) \quad \Lambda_{k,j}^{[n,i]} = \Theta_{k,j}^{(0)} + \Theta_{k,j}^{(1)} T_i^{(n)} + \Theta_{k,j}^{(2)} (T_i^{(n)})^2 + \Theta_{k,j}^{(3)} (T_i^{(n)})^3.$$

Visarnir  $[n,i]$  gefa til kynna skuldabréf  $n$  og tímann  $T_i^{(n)}$ . Visirinn  $k$  gefur til kynna að  $T_i^{(n)} \in (T_{N_{k-1}}^{(k-1)}, T_{N_k}^{(k)})$  og  $l$  er samlagningarvísir þ.e.  $T_{N_l}^{(l)}$  hleypur yfir gildislok allra skuldabréfanna. Með því að setja (V1) inn í jöfnu (11) finnum við að fjöldi jafna og fjöldi óþekkttra er nú jafn og jafna (11) hefur því eina lausn fyrir gefna stuðla  $\Theta_{k,j}^{(j)}$ .

Í stað þess að gera ráð fyrir því að tímabundnir vextir séu margliðufall af tímabundnum vöxtum er einnig mögulegt að ganga út frá sams konar líkani fyrir afvöxtunarþætti. Til að skoða hvað þessar aðferðir hafa í för með sér fyrir lögum vaxtarófsins skulum við líta á tvö dæmi.

### Dæmi 1

Við gerum ráð fyrir því að tímabundnu vextirnir  $R(t,T)$  séu einungis línulegt fall af nærliggjandi, skemmri og lengri tímabundnum vöxtum, þ.e.  $\Theta_{k,j}^{(j)} = 0$  ef  $j \geq 1$ . Í þessu tilfalli höfum við:

$$(V4) \quad R(t,T) = \sum_{l \in \{k-1,k\}} \Theta_{k,j}^{(0)} R(t, T_l) = \left( \frac{T_k - T}{T_k - T_{k-1}} \right) R(t, T_{k-1}) + \left( \frac{T - T_{k-1}}{T_k - T_{k-1}} \right) R(t, T_k); \quad T_{k-1} < T < T_k.$$

Með því að nota tengslin á milli tímabundinna og framvirkra vaxta (7) finnum við:

$$(V5) \quad f(t,T) = \left( \frac{T_k + t - 2T}{T_k - T_{k-1}} \right) R(t, T_{k-1}) + \left( \frac{2T - T_{k-1} - t}{T_k - T_{k-1}} \right) R(t, T_k); \quad T_{k-1} < T < T_k.$$

Venjulega er gert ráð fyrir að  $t = 0$ , sem einfaldar jöfnu (V5) enn frekar.

### Dæmi 2

Ef við gerum ráð fyrir því að hægt sé að lýsa afvöxtunarþætti  $D(t,T)$  sem línulegri vörpun af nærliggjandi afvöxtunarþáttum finnum við:

$$(V6) \quad D(t,T) = \sum_{l \in \{k-1,k\}} \Theta_{k,j}^{(0)} D(t, T_l) = \left( \frac{T_k - T}{T_k - T_{k-1}} \right) D(t, T_{k-1}) + \left( \frac{T - T_{k-1}}{T_k - T_{k-1}} \right) D(t, T_k); \quad T_{k-1} < T < T_k.$$

Tímabundnu vextirnir verða þá:

$$(V7) \quad R(t,T) = \frac{-1}{T-t} \log \left( \left( \frac{T_k - T}{T_k - T_{k-1}} \right) D(t, T_{k-1}) + \left( \frac{T - T_{k-1}}{T_k - T_{k-1}} \right) D(t, T_k) \right); \quad T_{k-1} < T < T_k.$$

Af þessu leiðir að framvirkir augnabliksvextir verða:

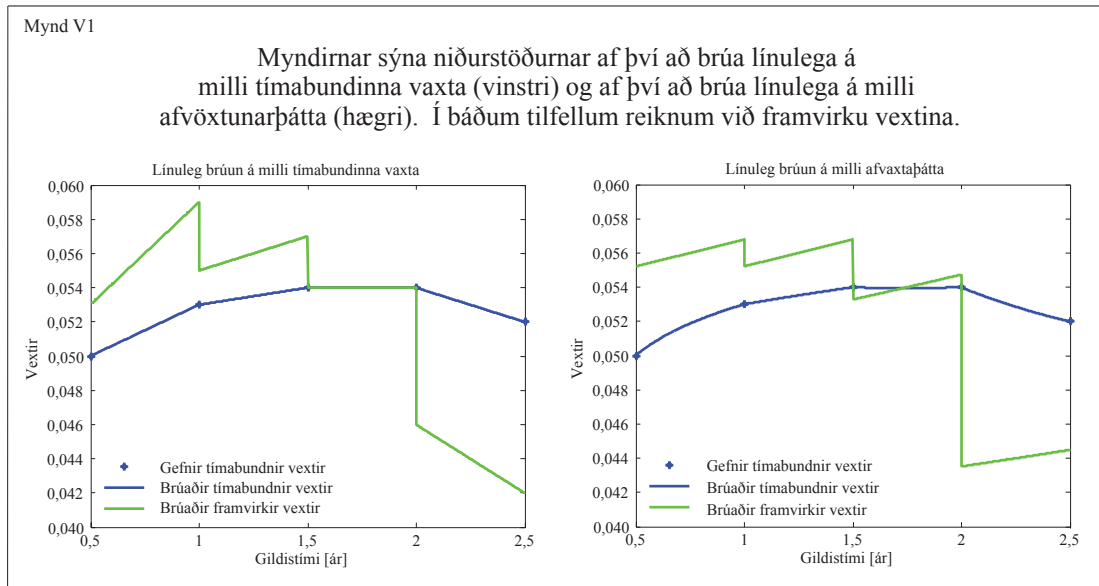
$$(V8) \quad f(t,T) = \frac{D(t, T_{k-1}) - D(t, T_k)}{(T_k - T)D(t, T_{k-1}) + (T - T_{k-1})D(t, T_k)}; \quad T_{k-1} < T < T_k.$$

Við berum nú saman niðurstöðurnar úr dæmi 1 og dæmi 2 fyrir tímabundna vexti í töflu V1.

Tafla V1

Uppgefnir tímabundnir vextir fyrir fimm mismunandi gildistíma.					
T (tími ár)	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5
R (tímabundnir vextir)	0,05	0,053	0,054	0,054	0,052

Báðar aðferðirnar í dæmunum að ofan byggjast á nokkurri einföldun og geta leitt til talsverðrar skekkju (Hagan og West, 2004). Myndirnar sýna greinilega vandamál sem oft kemur upp við smíðar vaxtarófa út frá strjálum gögnum. Vandamálið er óstöðugleiki og stór stökk, sérstaklega í framvirka vaxtarófinu. Þetta kemur fyrst og fremst til af því að framvirkir vextir eru háðir afleiðu tímabundinna vaxta. Örlítil breyting í þeim síðarnefndu getur leitt til mikillar breytingar á þeim fyrrnefndu.



## Heimildaskrá

- Anderson, N., F. Breedon, M. Deacon, A. Derry og G. Murphy (1996). Estimating and Interpreting the Yield curve, John Wiley and Sons.
- Ang, A., M. Piazzesi og M. Wei (2003). *What does the Yield Curve Tell us about GDP Growth?* Columbia Business School Working Paper, <http://www.columbia.edu/~mw427>
- Bernadell, C., J. Coche og K. Nyholm (2005). *Yield Curve Prediction for the Strategic Investor*, European Central Bank, Working Paper Series, No. 472/April.
- Björk, T. (1998). *Arbitrage Theory in Continuous Time*, Oxford University Press.
- Bliss, R. R. (1997). *Testing Term Structure Estimation Methods*, Advances in Futures and Options research, 9, 197–231.
- Bolder, D., og D. Strélski (1999). *Yield Curve Modeling at the Bank of Canada*, Technical report No. 84, February.
- Brace, A., D. Gatarek og M. Musiela (1997). *The Market Model of Interest Rate Dynamics*, Mathematical Finance, 7, 127–155.
- Brooke, M., og N. Cooper (2000). *Inferring market interest rate expectations from money market rates*, Bank of England Quarterly Bulletin: November, 392–402.
- Chambers, D. R., W. T. Carleton og D. W. Waldman (1984). A New Approach to Estimation of the Term Structure of Interest Rates, Journal of Financial and Quantitative Analysis, 19, 233–252.
- de Boor, C. (2004). *Spline Toolbox For Use with Matlab*, Version 3, June.
- Diebold, F. X., G. D. Rudebush og S. B. Aruoba (2004). *The Macroeconomy and the Yield Curve: A Dynamic Latent Factor Approach*, May 19. <http://www.ssc.upenn.edu/~fdiebold>
- Fabozzi, F. J. (ed.) (2001). *The Handbook of Fixed Income Securities*, Chapter 6, 6th Edition, McGraw-Hill.
- Hagan, P., og G. West (2004). *Interpolation Methods for Yield Curve Construction*, Bloomberg Report, Nov. 29.
- Heath, D., R. Jarrow og A. Morton (1992). *Bond Pricing and the Term Structure of Interest Rates: A New Methodology*, Econometrica, 60, 1, 77–105.
- Jamshidian, F., og Y. Zhu (1997). *Scenario Simulation: Theory and Methodology*, Finance and Stochastics, 1, 43–67.
- McCulloch, J. H. (1971). *Measuring the term structure of interest rates*, Journal of Business, XLIV, January 1971, 19–31.
- McCulloch, J. H. (1975). *The Tax Adjusted Yield Curve*, Journal of Finance 30, June, 811–830.
- Miltersen, K. R., K. Sandmann og D. Sondermann (1997). *Closed Form Solutions for Term Structure Derivatives with Log-normal Interest Rates*, The Journal of Finance, 52, 409–430.
- Moler, C. (2004). *Numerical Computing with MATLAB*, January 5, <http://www.mathworks.com/moler>.
- Subramanian, K. V. (2001). *Term Structure Estimation in Illiquid Markets*, The Journal of Fixed Income, 1–10.
- Waggoner, D. F. (1997). *Spline Methods for Extracting Interest Rate Curves from Coupon Bond Prices*, Federal Reserve Bank of Atlanta Working Paper, 97-10.

## Getur fjármagnsstefnan haldið velli?<sup>1</sup>

Edmund S. Phelps  
Columbia University

Fyrir hönd okkar gestanna sem boðið var til þessarar ráðstefnu hér í Reykjavík langar mig til að þakka Ólafi Ragnari Grímssyni forseta fyrir að bjóða okkur til þessa glæsilega kvöldverðar á fallegu heimili sínu og fyrir gestrisnina sem forsetahjónin hafa sýnt okkur við þetta tilefni.

Markmið þessarar ráðstefnu - annars ársfundar Center on Capitalism & Society sem haldinn er í félagi við Háskóla Íslands - er að fjalla um þá þróun sem líklegt er að verði í ríkisfjármálum og lýðfræði á næstu misserum og enn framar í framtíðinni og þau áhrif sem þessi þróun muni hafa. Sum okkar bera kvíðboga fyrir því að senn taki eignaverð að lækka og að sú lækkun muni hafa í för með sér tiltakanlegan samdrátt í fjárfestingu og aukið atvinnuleysi. Hvaða afleiðingar mun slík kreppa hafa á tiltrú fólks á hinum fjálssa markaði og stofnunum hans? Er hugsanlegt að hún gæti jafnvel grafið undan stuðningi almennings við sjálft fjármagnskerfið (í þeim löndum þar sem það verður enn við lýði)?

Mig langar hér í kvöld að fjalla í nokkrum orðum um eilítið almennari spurningu: Hvaða hættur vofa helst yfir fjármagnsstefnunni og hvaða framtíð er trúlegt að hún eigi í vændum?

Fyrst vil ég taka fram að ég lít ekki svo á að fyrirmyndarvelferðarríkið sem William Beveridge skapaði - hið klassíska félagslega tryggingarkerfi - sé nein raunveruleg ógnun. Það er ekki náttúrulegur andstæðingur. (Hið stranga velferðarkerfi sem Bismarck kom á fót var í raun góðkynja þar sem það byggðist algerlega á því að fólk hefði vinnu.)

Við Gylfi Zoega gerðum tölfræðilega athugun á sambandinu á milli hlutfallslegs atvinnuleysis

og ýmissa hagstærða sem eiga samkvæmt kenningum að hafa afgerandi áhrif þar á. Niðurstöður okkur gáfu til kynna að aukning ríkisútgjalda, t.d. aukin útgjöld til velferðarmála - og þar með hærri skattur á vinnuafli til að fjármagna útgjöldin - leiði til þess að atvinnuleysi eykst. (Sjá doktorsritgerð Gylfa, skýrslu OFCE frá árinu 1993 og bók mína frá árinu 1994 Structural slumps.)

Þessi áhrif á atvinnustig eru þó ekki varanleg, ekki algjörlega a.m.k., eins og við áttuðum okkur á seinna. Til langs tíma gæti verið að útgjaldaaukningin hefði engin áhrif á atvinnustig. Ástæðan er sú að hærri skattur rýrir ráðstöfunartekjur launþega sem draga fyrir vikið bæði úr neyslu sinni og sparnaði. Minni sparnaður veldur því að einstaklingar geta ekki aukið auð sinn jafnhvort og áður. Sparnaðurinn fellur þar til að auðsöfnun þeirra er orðin sama hlutfall af tekjum eftir skatt og áður en skatturinn var hækkaður. Þegar því marki er náð mun atvinnuleysi aftur taka að minnka uns það er orðið jafnt og áður.

Þegar útgjöld til velferðarkerfisins aukast á sér stað ákveðin tilfærsla; auður einstaklinga minnkar en aftur á móti vex sú stærð sem ég hef kallað félagslegan auð. Þess vegna er hugsanlegt að til lengdar muni útgjaldaaukningin hafa varanlega neikvæð áhrif á atvinnustig. Rannsóknir mínar gefa þó ekki til kynna að þau áhrif geti verið ískyggilega mikil. Skattur á fjármagn og hagnað fyrirtækja getur aftur á móti haft alvarlegar afleiðingar í för með sér, þar sem slík skattheimta getur dregið úr fjárfestingu og nýsköpun.

Hér á þessari ráðstefnu höfum við beint sjónum okkar að tveimur mikilvægum vandamálum sem velferðarkerfi nútímans eiga við að etja. Annað er það að ekki hefur verið séð að fullu fyrir fjármögnun ellilífeyris eftirstríðsárakynslóðarinnar, og í Bandaríkjunum hefur heldur ekki tekist að hemja

1 Annar ársfundur Center on Capitalism & Society. Ræða haldin að loknum kvöldverði hjá Ólafi Ragnari Grímssyni forseta 16. júní 2005.

sívaðandi útgjöld til heilbrigðismála eldra fólks. Í framtíðinni mun því þurfa að hækka skatta enn frekar til að mæta þessum kostnaðarliðum, auk þess sem gengi dollarsins verður að falla til að útflutningur verði samkeppnisfær.

Að mínu mati er heildarhyggja (e. *corporatism*) en ekki velferðarkerfið mesta ógnunin við fjármagnsstefnu nútímans. Ég held því fram að þessi hugsun, sem fyrst tók að ryðja sér til rúms fyrir um öld, og þær heildarhyggjustofnanir sem þróuðust á millistríðsárunum hafi valdið hagkerfum Mið-Evrópu miklu tjóni og orðið til þess að mörg þessara ríkja hafi einvörðungu fengið notið einhvers konar kyrrstöðukapitalisma í stað raunverulegrar fjármagnsstefnu. Hér á ég fyrst og fremst við hinn vestræna hluta Mið-Evrópu, ekki þar fyrir að austurhlutinn sé mikið öðruvísi.

Heildarhyggjan sem hagfræðileg hugsun byggist að mínu mati á þremur grunnstefjum, sem öll eru fjandsamleg fjármagnsstefnunni og öll fela í sér viðbrögð við kapitalisma.

Hið fyrsta hef ég kosið að kalla vísindahyggju eða hagræðingarhyggju (e. *scientism eða rationalism*). Þessi hugmynd skaut hvað fastast rötum á Ítalíu á þriðja og fjórða áratug aldarinnar, en einnig í Þýskalandi og nokkrum öðrum Evrópuríkjum. Hún felur í sér að hagnætur verði hraðari - og umsvif í hagkerfinu þar með meiri - ef ríki samþætta nýtingu aðfanga sinna við rannsóknir og nýsköpun á sviði vísinda og verkfræði í stað þess að treysta á smásálarlega athafnamenn smáborgarastéttarinnar. Þessi hugsun kemur vel fram í hraðlestum futurismo-málaranna, hinum völdugu fjöldafröðum sem tónlist Orff og Respighi kallar fram og kvikmynd Riefenstahl Sigur viljans. Þessi hugmyndafræði var orðin svo inngróin á sjötta og sjöunda áratugnum að Milton Friedman og Henry Wallich hættu við að halda því fram í bókum sínum *Frelsi og framtak* (e. *Capitalism and freedom*) og Förn frelsisins (e. *The cost of freedom*) að þjóðarframleiðsla í Sovétríkjunum myndi aldrei verða meiri en í Bandaríkjunum. Að mati Wallich myndu hin kapitalísku lönd verða að hugga sig við að frelsi einstaklingsins væri meira í þeim löndum þar sem fjármagnsstefnan væri við lýði, en það var að mati hans eina réttlætningin fyrir kapitalisma sem enn var hægt að halda í.

Annað stefið hefur verið kallað kristin heildarhyggja (e. *christian corporatism*) og er ofið úr ýmsum þráðum hugmynda sem andstæðingar efnislegrar og borgaralegrar hugsunar héldu á lofti á níjtjándu öld. Í þeirra hópi eru heimspekingarnir Justus Möser og Johann Gottfried Herder, sem börðust gegn upplýsingastefnunni við upphaf aldarinnar, og hugsuðirnir Charles Maurras og Leó XIII páfi undir lok aldarinnar. Í kristinni heildarhyggju er lítið gert úr auði og vinnusemi og enn í dag enduróma þessi sjónarmið á meginlandi Evrópu. Hagfræðingurinn Hans-Werner Sinn, sem er frá München, sagði mér eitt sinn að Þjóðverji myndi fremur segjast hafa erfitt auðæfi en viðurkenna að hann hefði unnið fyrir þeim hörðum höndum. Auðvitað skiptir þetta máli. Hvorki þarf að hugsa mikið um efnisleg gæði né vera af miðstétt til að vera kapitalískur athafna- eða fjármálamaður, en í samfélagi þar sem lítil virðing er borin fyrir auði einstaklinga og lítið niður á borgaralegar stéttir hlýtur gróðahugsun athafnamannsins að vera litin óhýru auga. Orð þýska ráðherrans sem nýverið likti verðbréfasjóðum við engisprettur voru svo sannarlega í anda þessarar stefnu.

Þriðja stefið heyrðist fyrst á þriðja áratug aldarinnar þegar átök á vinnumarkaði fóru harðnandi og hræðslan við hinn rauða eld kommúnismans magnaðist. Einkaeign á framleiðslutækjum væri leyfileg, að því gefnu að fyrirtæki næðu ákveðnum árangri og hegðuðu sér á réttan hátt, en um atvinnustarfsemi einkaaðila varð að ríkja ákveðin sátt, sérstök samstaða. Í því skyni þyrfti að setja upp sérstakar stofnanir sem auðvelda myndu gerð samninga á milli starfsfólks og vinnuveitenda og á milli atvinnugreinarinnar og samfélagsins. Svokölluð *corporazione* var fulltrúi sérhverrar atvinnugreinar eða starfsstéttar og sá um að gera samninga við launþega, sveitarfélög og ríkisvaldið. Á fyrstu áratugunum eftir seinni heimsstyrjöld var þetta kerfi þróað enn lengra. Á Ítalíu voru kynntar til sögunnar svokallaðar *concertazioni* sem veittu verkalýðsfélögunum vald til að koma í veg fyrir að hugmyndir ríkisstjórnarinnar yrðu lagðar fyrir þingið, og í Þýskalandi var innleidd svokölluð *Mitsprache* sem veitti launþegum rétt til að hafa áhrif á rekstur (og síðar meir fjárfestingarákvarðanir) fyrirtækja. Nýju hugtökin samfélags-

legir meðspilarar (e. *social partners*) og félagslegt markaðshagkerfi (e. *social market economy*), sem fundin voru upp á þessum árum, lýstu því í hvaða átt fjármagnskerfið var að þróast.

Heildarhyggjan náði æ sterkari tókum á hagkerfunum á meginlandi Evrópu á árunum 1920-1970, en er fjármagnskerfið að verða undir á Vesturlöndum? Að mínu mati er engan veginn vist að kapitalismi muni áfram halda sessi sínum í hinum enskumælandi löndum. Í Bretlandi er hagnaður ekki vinsælt hugtak, athafnamenn ekki hafðir í miklum metum og almenningsálitið getur verið óvægið. (Keynes var einhvers konar heildarhyggjumaður.) Í Bandaríkjunum er minni áhersla lögð á samkeppni og innkomu nýrra fyrirtækja á markað. Æ algengara er að lögfræðingar gangi út frá því að fjármagnskerfið, þar sem fyrirtæki stefna að sem mestum hagnaði eigenda sinna, hafi ekkert félagslegt gildi og geti því aðeins verið leyst af hólmi af fyrirtækjum sem gegni einhverju virku félagslegu hlutverki. Það er ekki lengur nóg fyrir þau að fara að lögum og sinna gagnkvæmum skyldum. Sarbanes-Oxley-lögin virðast ganga út frá því að það frjálstræði sem kapitalisminn veitti stjórnendum hlutafélaga hafi ekki verið til góðs fyrir almenning, þar sem það hafi grafið undan hagsmunum hluthafa. Heildarhyggjan er skammt undan, en fjármagnskerfið hefur samt átt góða spretti.

En er kapitalismi betri en heildarhyggja? Já. Í fyrsta lagi býr þetta kerfi sem hefur þróast í svokallað fjármagnskerfi yfir verulegum drifkrafti; andi þess og stofnanir bjóða breytingum opinn arminn og búa nýsköpun hagstæð skilyrði, þar sem gróðavonin hvetur fólk áfram. Þennan drifkraft má þakka því að kapitalismi grundvallast á starfi fjölda ólíkra frumkvöðla, sem hver um sig trúir á ákveðna hugmynd eða líkan, og aragrúa fjárfesta í stað þess að treysta á ríki, landshluta eða sveitarfélag. Drifkraftinn er fremur að finna á hinum frjálsa markaði en hjá samfélaginu og samfélagslegum meðspilurum og þessi drifkraftur er afleiðing þess að vinnusemi og auður er vel metinn en ekki litinn hornauga. Heppni og árangur er einnig að fullu viðurkenndur.

Ekki skiptir minna máli að þessi drifkraftur er nauðsynlegur til að framleiðslugeta hagkerfisins

geti nýst að fullu. Í hagkerfi sem stendur sig vel hafa allir aðilar tilfinningu fyrir því að þeir dafni og taki framförum. Þetta felur í sér að störfín sem eru laus bera með sér margbreytilegri umbun en beinharda peninga og að mörg slík störfín eru til staðar. Í hagkerfum þar sem framleiðni - og þar með laun - er há skynja einstaklingar frama sinn ekki einvörðungu út frá því að launin hækka, heldur einnig af því að störfín í boði reyna meira á gráu heilasellurnar og krefjast þess að þeim sé beitt til að leysa æ flóknari vandamál. Þróun - stöðug framþróun - byggist á því að fást við störfín sem sýna fram á hæfileika fólks og auka getu þess. En til þess að hagkerfi geti haldið fullum dampi verður að vera til staðar ákveðinn drifkraftur sem ýti undir breytingar og varpar sífellt fram nýjum, óleystum vandamálum.

Þótt erfitt sé að mæla þessa eiginleika starfa með beinum hætti er vitað að störfín sem örva hugsun og veita einstaklingum möguleika á að vaxa í starfi hvetja til aukinnar atvinnuþátttöku og atvinnuþátttaka er mælanleg stærð, og ef þau auka líkur á að fólk haldist í starfi draga eiginleikarnir einnig úr atvinnuleysi. Hagtölur sýna að atvinnuþátttaka er lægri og atvinnuleysi meira í þeim hagkerfum sem við tengjum öðrum fremur við heildarhyggju, svo sem á Ítalíu, í Þýskalandi og Hollandi en í kapitalískum löndum á borð við Bandaríkin, Bretland og nú í seinni tíð Írland. Þetta má líta á sem óbeina sönnun þess að lönd þar sem haldin er meiri tryggð við fjármagnskerfið búa yfir meiri drifkrafti en lönd þar sem heildarhyggjan er meira ráðandi.

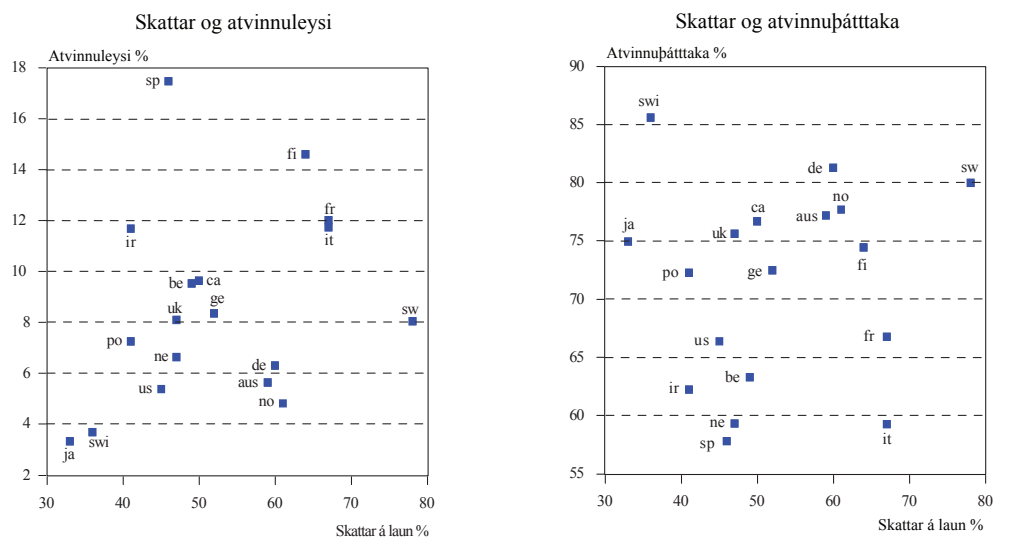
Af þessu verður því ekki séð að heildarhyggja í iðnríkjunum leiði til betri hagrænnar frammi-stöðu en kapitalismi. Á gullöld heildarhyggju-hagkerfanna - sem stóð frá því seint á sjötta áratugnum og fram á miðjan áttunda áratuginn - bjuggu stofnanir ríkjanna yfir nægjanlega öflugum drifkrafti til að fara langt með að brúa bilið á milli þeirra og Bandaríkjanna. Flest hagkerfi hefðu líklega haft að geyma þennan sprengikraft hvort eð er. En þau réðu hvorki yfir nægjanlegum drifkrafti til að halda í við kapitalísku löndin þegar fjarskipta- og tölvubyltingin reið yfir á tíunda áratugnum né til að standast samkeppnina við Austurlönd á síðustu árum.

Ég hlýt að draga þá ályktun að þegar löndin á meginlandi Evrópu höfðu fjármagnshyggju fyrir heildarhyggju hafi þau gert afdrifarík mistök, en það verður hugsanlega ekki í bráð sem þau átta

sig á því að þau völdu rangan stíg, kannski gera þau það aldrei. Í millitíðinni er vel hugsanlegt að hugmyndir heildarhyggjunnar haldi áfram að breiðast út um hinn vestræna heim.

Mynd 1

### Atvinnuleysi og skattar á vinnuafli í löndum OECD.<sup>1</sup>



Skýring: Tölur um atvinnuleysi í löndum OECD eru frá árinu 1996. Upplýsingar um skatta á laun eru teknar úr bók Nickell (2003) og eru samtala launatengdra gjalda, tekjuskatts og skatta á neyslu. Skattarnir eru reiknaðir fyrir tímabilið 1988-1995.

Skýring: Tölur um atvinnuþáttöku í löndum OECD eru frá árinu 1996.

1. Þessar myndir eða aðrar áþekkar voru fyrst birtar í grein Phelps og Gylfa Zoega, "Natural-Rate Theory and OECD Employment," *Economic Journal*, 108, May 1998, 782-801. Endurskoðuð útgáfa þeirra birtist síðan í grein Phelps and Gylfa Zoega, "The Search for Routes to Better Economic Performance in Continental Europe," *CESifo Forum*, Spring 2004, 3-11.

# Bókardómur: Háskaleg hagkerfi: Tækifæri og takmarkanir umbóta<sup>1</sup>

*Imperfect Institutions. Possibilities & Limits of Reform.*<sup>2</sup>

Höfundur Þráinn Eggertsson

Gylfi Magnússon<sup>3</sup>

## Inngangur

Bók Þráins Eggertssonar, *Imperfect Institutions*, ber þess skýr merki að hún er afrakstur áralangra rannsókna höfundarins. Þráinn hefur um árabil helgað sig þeirri fræðigrein, sem hann kallar *nýju stofnanahagfræðina*. Svo þýðir hann hugtakið *new institutional economics*. Í bókinni gerir hann grein fyrir nokkrum af helstu niðurstöðum sínum ásamt því að fjalla um ýmsar rannsóknir annarra.

Þótt Þráinn hafi áður birt margar af niðurstöðum sínum í tímaritsgreinum er mikill fengur að því að hann skuli setja þær fram í bók sem þessari. Þráinn fer ekki þá leið að gefa út greinasafn. Hann umritar greinarnar að verulegu leyti og bætir talsverðu við. Bókarformið gerir honum betur kleift að tengja rannsóknir sínar saman og setja í samhengi við skrif annarra á þessu sviði. Þá er aukið svigrúm til að gera grein fyrir ýmsum forsendum fræðanna og forsögu.

Þráinn leyfir sér þó ekki að teygja lopann. Texti bókarinnar er álíka knappur og almennt tíðkast í fræðigreinum, sem birtar eru í tímaritum. Fyrir vikið verður bókin vart hraðlesin, þótt textinn sé skýr. Skyldleikinn við tímaritsgreinarnar sést líka á því að textinn byggist augljóslega á mikilli yfirlegu höfundarins. Hann hefur komið þessari hugsun frá

sér áður á prenti og farið með hana í gegnum stíft ritstjórnarferli.<sup>4</sup> Það er því erfitt að benda á lausa enda eða hálfkláraða hugsun í bókinni.

Þótt víða sé komið við í *Imperfect Institutions* er bókin ekki skrifuð sem yfirlitsrit. Hún er sennilega ekki mjög aðgengileg þeim, sem lítið hafa kynnt sér stofnanahagfræði áður. Fyrir þá væri betra að byrja á eldri bók Þráins, *Economic behavior and institutions* (1990). Sú bók hefur staðist vel tímans tönn. Þótt hún sé orðin 15 ára gömul er hún enn ágætis lesning. Það má m.a. sjá á því að enn er verið að þýða hana og gefa út á nýjum tungumálum. Í inngangi nýju bókarinnar segir Þráinn að hún byggist á og sé eins konar framhald af þeirri fyrri. Aherslur eru þó nokkuð aðrar. Þannig er í síðari bókinni m.a. meira lagt upp úr þeim lærdómi fyrir hagstjórn, sem Þráinn telur að megi draga af niðurstöðum nýju stofnanahagfræðinnar.

*Economic behavior and institutions* og tímaritsgreinar Þráins hafa vakið talsverða athygli innan þessa geira hagfræðinnar. Oft er vitnað til þeirra í skrifum annarra fræðimanna. Er Þráinn sá íslenski hagfræðingur, sem oftast hefur verið vitnað til í fræðiskrifum á alþjóðlegum vettvangi.<sup>5</sup>

1 Bók Þráins Eggertssonar er væntanleg í íslenski þýðingu nú í vor og ber titilinn: Háskaleg hagkerfi: Tækifæri og takmarkanir umbóta.

2 Útgefandi University of Michigan Press, Ann Arbor. 264 bls. 2005.

3 Höfundur er dósent í viðskipta- og hagfræðideild Háskóla Íslands.

4 Nokkrar af helstu greinum Þráins um stofnanahagfræði undanfarin ár eru tilgreindar í heimildaskrá.

5 Um 400 tilvitnanir voru skráðar í verk Þráins í svokölluðum ISI-gagnagrunni (Social Science Citation Index) um mitt ár 2005. Bækur Þráins hafa einnig fengið góða dóma í fagtímaritum, sjá Rutten (1991), de Mesa (1992) og Kantor (1997).



Þeir, sem óttast hagfræði vegna þeirrar áherslu, sem alla jafna er á stærðfræðileg líkön og tölfræðilegt mat í fræðigreinum eða bókum um hagfræði, þurfa ekki að sneiða hjá *Imperfect Institutions* vegna þess. Það er sáralítill stærðfræði í bókinni og enn minni tölfræði. Sú tölfræði, sem þó er notuð, er öll lýsandi. Stærðfræðin er einföld og skiptir litlu fyrir röksemdafærsluna í bókinni. Hún er einkum notuð til að lýsa niðurstöðum annarra. Skýringarmyndir eru einnig lítið notaðar. Þær eru fáar og allar fengnar frá öðrum.

### Stofnanahagfræði

Lítill áhersla Þráins á stærðfræði og tölfræði er í samræmi við það, sem almennt tíðkast í skrifum um stofnanahagfræði. Það er álitamál hvort líta ber á það sem merki um unga og lítt þroskaða fræðigreini, sem hefur ekki náð að byggja upp þá tækni, sem þarf við stærðfræðilega líkanagerð og tölfræðilegt mat. Aðrir myndu sjálfsagt frekar telja þetta vísbendingu um að fræðigreinin sé að einhverju leyti komin fram úr mörgum öðrum sérsviðum innan hagfræðinnar. Önnur sérsvið einblína flest á takmörkuð stærðfræðileg líkön en nýta sér ekki það svigrúm, sem er til að lýsa heiminum og greina hann með orðum. Hér verður ekki reynt að skera úr um þetta. Þó verður að benda á að Þráinn sýnir í skrifum sínum fram á að hægt er að ná miklum árangri í að greina hagfræðileg viðfangsefni án þess að hlaupa til við fyrsta tækifæri og setja þau upp í stærðfræðileg líkön eða teikningar.

Ekki er hlaupið að því að lýsa stofnanahagfræði. Nafnið sjálf er ekki mjög gott, þótt erfitt sé að benda á annað betra. Hugtakið stofnun er hér notað í annarri og mun víðari merkingu en í daglegu tali. Sjálfur hefur Þráinn sagt fræðigreininna frekar lítt agaða og óskýrt hvert viðfangsefni hennar er (1998b, bls. 312). Það þætti sjálfsagt mörgum ekki meðmæli með fræðigreini. Hvort sem þetta er rétt eða ekki, má þó telja ljóst að greinin getur varpað nokkru ljósi á ýmis hagfræðileg álitamál.

Oft virðist hægt að ná betri skilningi með aðferðum stofnanahagfræðinnar en hefðbundnum aðferðum. Sem dæmi má nefna hagvaxtarfræði. Algengustu líkön í hagvaxtarfræðum byggjast fyrst og fremst á hefðbundnum þjóðhagsstærðum,

svo sem fjármagni, fjárfestingu og vinnuafli. Síðari tíma viðbætur hafa falist í því að taka jafnframt tillit til þjóðhagslegs mats á stærðum eins og mannaúði og tækniþekkingu. Þótt þessi líkön hafi skýrt mikið vantar í þau það, sem oft skiptir mestu, sjálfa umgjörð efnahagslífsins, skráðar og óskráðar reglur, viðskiptavenjur, dómskerfi, traust og fleiri slíka þætti. Stofnanahagfræðin reynir m.a. að bæta úr þessu. Í bók Þráins er mikil áhersla lögð á hagvöxt og þó sérstaklega hugsanlegar skýringar á því að sum lönd hafa ekki náð að njóta hans.

Stofnanahagfræðin á sér langa sögu, a.m.k. ef við skoðum bæði „þá nýju“ og „þá gömlu“. Þráinn kallar, sem fyrr segir, þá tegund stofnanahagfræði, sem hann fæst við, nýju stofnanahagfræðina. Meðal helstu fræðimanna í því, sem kalla má „gömlu“ stofnanahagfræðina, má nefna Thorstein Veblen, John R. Commons, Wesley Mitchell og Clarence Ayres.<sup>6</sup>

Helsti forvígismaður nýju stofnanahagfræðinnar er nú Douglass C. North. North fékk Nóbelsverðlaunin í hagfræði árið 1993. Í því felst vitaskuld veruleg viðurkenning fyrir fræðigreininna sem slíka. Nóbelsnefndin flokkaði þó framlag North og Robert Fogel, sem fékk þau um leið, sem rannsóknir í hagsögu.<sup>7</sup> Þess má geta að Þráinn og North hafa unnið nokkuð saman. M.a. ritstýrðu þeir með Lee Alston bókinni *Empirical Studies in Institutional Change* (1996).

Einnig má flokka undir þessa fræðigreini skrif Ronald H. Coase og Oliver Williamson. Coase fékk Nóbelsverðlaunin tveimur árum á undan North, sérstaklega fyrir greiningu sína á áhrifum viðskiptakostnaðar og eignarréttar á hagkerfi og stofnanir þess. Það er eitt helsta einkenni nýju stofnanahagfræðinnar að horfa mjög til þessara þátta.

Ástæða þess að Nóbelsnefndin flokkaði verk North sem hagsögu frekar en sem rannsóknir innan (nýju) stofnanahagfræðinnar er væntanlega einfaldlega sú að North byggir mjög á hagsögulegum gögnum - en notar þau til þess m.a. að greina

6 Sjá Rutherford (2001) eða kafla 1 í *Economic behavior and institutions*.

7 Sjá fréttatilkynningu Konunglegu sænsku vísindaakademíunnar frá 12. október 1993.

hvernig hinar ýmsu stofnanir efnahagslífsins hafa þróast og hvers vegna.

Skrif Þráins eru mjög í sama anda. Dæmin í *Imperfect Institutions* eru flestöll alda- eða a.m.k. áratugagömul. Framlag Þráins er fyrst og fremst fölgandi í því að greina hagfræðilega sögur og gögn, sem sagnfræðingar hafa tekið saman. Skilin á milli slíkrar vinnu og rannsókna í hagsögu eru ekki skörp. Raunar mætti líka kalla þetta rannsóknir í hagsögu með áherslu á stofnanir hagkerfisins, líkt og Nóbelsnefndin gerði þegar hún heiðraði North.

### Þrjú hlutar

*Imperfect Institutions* er skipt í þrjú hluta, auk inngangs og kafla með niðurstöðum. Í fyrsta hlutanum, sem skiptist í sex kafla, er farið yfir ýmsar fræðikenningar um viðfangsefni bókarinnar, þ.e. ófullkomnar stofnanir. Sérstaklega er lögð áhersla á skrif um fátæktargildur. Stutt samantekt er um algengustu hagvaxtarlíkön. Talsverðu rými er varið í að fara yfir það hvernig stjórnkerfi og stjórnendur ríkja geta bæði stutt og stuðst við stofnanir, sem eru dragbítur á efnahagslífið og óhagkvæmar frá sjónarhóli stórs hluta landsmanna.

Í öðrum og stysta hlutanum er fjallað um eitt dæmi um land í fátæktargildru eða ástæður þess að Íslendingar byggðu ekki upp sjávarútveg að neinu marki fyrr en undir lok 19. aldar. Þessi hluti er að stofni til endurskoðuð útgáfa af grein Þráins í *Journal of Economic Behavior & Organization* frá árinu 1995. Færa má góð rök að því að helsti harmleikur Íslandssögunnar sé að landsmenn reyndu öldum saman að lifa af landbúnaði í landi, sem hentar einstaklega illa til þess, en hirtu nær ekkert um að nýta hin gjöfulu fiskimið, sem eru við landið. Skýringar þessa blasa ekki við en Þráinn hefur lagt mikla vinnu í að leita þeirra. Greining Þráins er trúverðug og hefur að því er virðist staðist ágætlega tímans tönn þennan tæpa áratug, sem liðinn er síðan greinin birtist.

Þráinn tekur íslensk viðfangsefni fyrir viðar en í öðrum hluta bókarinnar. Nokkur umfjöllun er um áhættudreifingu í íslenskum landbúnaði fyrr á öldum, sérstaklega vegna heyforða. Þar er einkum byggt á grein Þráins frá 1998 í *Explorations in Economic History*. Einnig er fjallað um

íslenska afrétti og byggt á grein Þráins frá 1992 í *International Review of Law and Economics*. Loks er endað á umfjöllun um nýlegar breytingar á íslenska fiskveiðistjórnunarkerfinu.

Áherslan á íslensk viðfangsefni er því talsverð. Það efni er væntanlega sérstaklega áhugavert fyrir flesta íslenska lesendur og a.m.k. nýstárlegt fyrir erlenda. Íslensku dæmin eru öll góð sem slík og henta vel til að draga fram áhugaverða hagfræðilega greiningu. Hér verður hins vegar ekki reynt að leggja mat á hve vel erlendum lesendum á eftir að ganga að setja sig inn í tiltölulega flókna umræðu um íslensk efnahagsmál fyrr á öldum eða ákafar deilur um fiskveiðistjórnun undanfarna áratugi. Þó er óhætt að fullyrða að vilji þeir á annað borð setja sig inn í þessi mál sé vandfundin betri umfjöllun um þau en hér.

Mikil þekking Þráins á viðfangsefninu skín í gegn í umfjöllun um þessi íslensku dæmi. Hann dregur fram margvíslegar flækjur en greiðir alltaf úr þeim á endanum. Dæmin eru margbrotin og röksemdafærsla Þráins oft snúin í samræmi við það þótt hún sé úthugsuð og skýrt fram sett. Margar fræðikenningar eru notaðar og vitnað til fjölmargra fræðimanna, einkum hagfræðinga, sagnfræðinga og lögfræðinga en einnig er stuðst við niðurstöður úr mannfræði, félagsfræði, sálfræði og fleiri greinum. Lesturinn krefst allrar athygli lesandans en uppskeran er líka ríkuleg.

Þráinn tekur vitaskuld líka fjölmörg erlend dæmi. Þannig er t.a.m. alllöng umfjöllun um Sovétríkin, Kína og Botsvana í þriðja hluta. Erlendu dæmin eru vel valin og umfjöllunin um þau ágæt. Þráinn nær þó ekki sama flugi þegar hann fæst við þau og þegar hann er á heimavelli. Framsetning erlendu dæmanna er að jafnaði þurrari og ber merki endursagnar. Það er minna um þau skemmtilegu smáatriði, sem krydda innlendu dæmin og gefa þeim aukna dýpt.

Í þriðja hluta bókarinnar, sem skiptist í fjóra kafla, er einkum fjallað um stefnumörkun og aðgerðir hins opinbera og fleiri aðila vegna stofnana hagkerfisins. Fyrsti kafli þess hluta byggist að nokkru leyti á þremur greinum, sem Þráinn birti árin 1997 og 1998. Í þriðja hluta er m.a. ítarleg umfjöllun um erfiðleikana við að flytja inn stofnanir, t.d. lagakerfi, frá einu landi til annars.

Þráni tekst ágætlega upp við að flétta saman niðurstöður úr eigin rannsóknum og annarra og uppbygging bókarinnar er ágæt. Þó er það umdeilanleg ákvörðun að byggja niðurstöðukafla bókarinnar að mestu á einu dæmi, breytingum á íslenska fiskveiðistjórnunarkerfinu og deilum um það. Þráinn tekur nokkuð ákveðna afstöðu í deilunum um fiskveiðistjórnunarkerfið. Væntanlega verða einhverjir innlendir lesendur ósammála henni. Þetta er þó ágætt dæmi og eitt af mörgum, sem á fullt erindi við lesendur. Það hentar hins vegar ekkert sérstaklega vel til að draga saman helstu niðurstöður bókarinnar. Fyrir vikið verður bókin dálítið endaslepp. Það hefði ekki þurft. Þriðji hluti bókarinnar hefði getað dugað ágætlega til að ljúka henni. Þar er að finna þær niðurstöður,

sem hafa augljósast hagnýti, og hann byggir á fyrri hlutunum tveimur.

Að öðru leyti er ekki hægt að gagnrýna uppbyggingu bókarinnar. Frágangur er sömuleiðis nánast hnökralaus, fyrir utan fáeinar prentvillur. Þráinn er vanur að skrifa um þessi efni á ensku og textinn sýnir það glögg. Enskan er skýr og rétt þótt málið sé tæknilegt.

Þegar á heildina er litið er *Imperfect Institutions* vönduð bók og kærkomið framlag til fræðanna. Bókin hlýtur að verða skyldulesning fyrir alla þá, sem hafa áhuga á íslenskri hagsögu,<sup>8</sup> en höfðar einnig til miklu stærri hóps; allra þeirra, sem hafa áhuga á stofnunum efnahagslífsins og áhrifum þeirra.

## Heimildaskrá

- Alston, Lee J., Þráinn Eggertsson og Douglas C. North (1996). *Empirical Studies in Institutional Change*. Cambridge: Cambridge University Press.
- De Mesa, David (1992). Economic Behavior and Institutions (bókardómur). *The Economic Journal* 102 (410), 168-169.
- Fréttatilkynning Konunglegu sænsku vísindaakademiunnar frá 12. október 1993 um Nóbelsverðlaunin í hagfræði (1993). Aðgengilegt á vefnum <http://nobelprize.org/economics/laureates/1993/press.html>
- Kantor, Shawn Everett (1997). Empirical Studies in Institutional Change (bókardómur). *The Journal of Economic History* 57 (4), 986-988.
- Rutherford, Malcolm (2001). Institutional Economics: Then and Now. *The Journal of Economic Perspectives* 15 (3), 173-194.
- Rutten, Andrew R. (1991). Economic Behavior and Institutions (bókardómur). *Journal of Economic Literature* 29 (4), 1748-1749.
- Þráinn Eggertsson (1990). *Economic behavior and institutions*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Þráinn Eggertsson (1992). Analyzing institutional successes and failures: A millennium of common mountain pastures in Iceland. *International Review of Law and Economics* 12 (4), 423-437.
- Þráinn Eggertsson (1995). No experiments, monumental disasters: Why it took a thousand years to develop a specialized fishing industry in Iceland. *Journal of Economic Behavior & Organization* 30, 1-23.
- Þráinn Eggertsson (1997). The Old Theory of Economic Policy and the New Institutionalism. *World Development* 25 (8), 1187-1203.
- Þráinn Eggertsson (1998a). Sources of Risk, Institutions for Survival, and a Game against Nature in Premodern Iceland. *Explorations in Economic History* 35, 1-30.
- Þráinn Eggertsson (1998b). Limits to Institutional Reforms. *Scandinavian Journal of Economics* 100 (1), 335-357.

8 Þess má geta að bókin er væntanleg í íslenskri þýðingu.

# FJÁRMÁLATÍÐINDI

TÍMARIT UM EFNAHAGSMÁL  
GEFIÐ ÚT AF SEÐLABANKA ÍSLANDS

52. ÁRGANGUR, 2005, SÍÐARA HEFTI

Veffang: <http://www.sedlabanki.is>

---

## English summaries

### Kaupendamáttur á sementsmarkaði

*Countervailing power in the Icelandic cement market*

Friðrik Már Baldursson, Sigurður Jóhannesson

*Abstract:* The Icelandic Competition Council recently ruled that a cement supplier with 75% market share is not dominant. The ruling was based on countervailing power of local concrete producers. To test the economic arguments for the ruling, we present a simplified bilateral oligopoly model of the industry where a new supplier enters a market competing with an incumbent. We show that it may be rational for buyers, given that some buying firms have switched to an entrant, to stay with a less efficient incumbent. Contracts negotiated with the incumbent are not as advantageous as those the entrant offers, but better than those that would prevail under monopoly of the entrant. This supports the aforementioned ruling.

*Keywords:* Bilateral oligopoly, countervailing power, cement industry.

*JEL:* L13, D43.

### Sjávarútvegur sem grunnatvinnuvegur á Íslandi

*Base industries and the Icelandic fishing sector*

Ragnar Árnason, Sveinn Agnarsson

*Abstract:* According to conventional wisdom, the fishing industry is Iceland's most important industry. This belief is not confirmed by the national accounts, since the direct contribution of the fishing industry to the gross domestic product was only around 15% on average during the last three decades of the 20<sup>th</sup> century. The national accounts measures, however, ignore the indirect impacts of the fishing industry that could occur via backward and forward linkages and macroeconomic multiplier effects. This article attempts to obtain estimates of the overall contribution of the fishing industry to the gross domestic product during the second half of the 20<sup>th</sup> century, using recently developed econometric methods which to our knowledge have not been used for this purpose before. The results of this exercise suggest that this overall contribution and, consequently, the eco-

conomic importance of the fishing industry, is substantially greater than that suggested by the national accounts. Hence, the fishing industry may have been a base industry during the period of study. These results as well as the methodology employed may have implications for judging the national economic importance of natural resource-based industries in general.

*Keywords:* Fishing industry, base industries, fisheries as a base industry, cointegration, error-correction models.

*JEL:* N14, N54.

## Notkun þvingaðra splæsifalla til að smíða íslenska vaxtarófið

*Use of constrained splines to construct the Icelandic term structure of interest rates*

Sverrir Ólafsson, Arnar Jónsson

*Abstract:* In this article we consider some important methods used to construct and analyse the term structure of interest rates. The advantages and disadvantages of different methods are discussed in some detail. Bootstrapping and optimisation methods are used to construct the term structure of interest rates from information provided by the Icelandic bond market. Only nominal bonds are considered. REIBOR interest rates are used to construct the term structure of interest rates for maturities of up to one year.

Due to lack of liquidity in the Icelandic bond market and a limited number of traded bonds, the use of constrained splines provides a valuable method for the construction of a smooth term structure. This approach is particularly valuable to avoid oscillations in the forward rates. Here the challenge is to find the right balance between a term structure which prices correctly traded securities and reduces the oscillations in the implied forward rate term structure.

*Keywords:* Spot rates, forward rates, term structure of interest rates, bootstrapping, constrained splines.

*JEL:* C61, C65, C80, G10, G13.